



Guía N°4 (M2)

<< Funciones Lineales >>

NOMBRE: _____

I. Introducción

Las **expresiones algebraicas** son combinaciones de números, variables y operaciones matemáticas, como la suma, resta, multiplicación y división. Se representan mediante símbolos y letras, donde los números se consideran constantes y las letras representan variables, es decir, valores que pueden variar.

Producto Notable	Fórmula
Binomio al cuadrado	$(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$
Suma por diferencia	$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$
Binomio al cubo	$(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3$
Producto de binomios con término común (caso simple)	$(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$
Producto de binomios con término común (caso general)	$(ax + b)(cx + d) = acx^2 + (ad + bc)x + bd$
Suma de cubos	$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$
Diferencia de cubos	$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$

Factorización	Fórmula General
Factor Común	$ab + ac = a(b + c)$
Agrupación	$ab + ac + db + dc = (a + d)(b + c)$
Trinomio cuadrado perfecto	$a^2 \pm 2ab + b^2 = (a \pm b)^2$
Trinomio $x^2 + bx + c$	$x^2 + (m + n)x + mn = (x + m)(x + n)$
Trinomio $ax^2 + bx + c$	$acx^2 + (ad + bc)x + bd = (ax + b)(cx + d)$
Factor Por Signo	$-a - b = -(a + b)$

II. Función Lineal

Una función lineal es una ecuación con dos variables, donde una de las variables la llamamos dependiente y y a la otra independiente x .

$$f(x) = ax + b \quad \text{o equivalentemente} \quad y = ax + b$$

donde:

- a : Pendiente (inclinación de la recta)
- b : Ordenada al origen (intersección con el eje y)

Una **función lineal** relaciona variables mediante la fórmula:

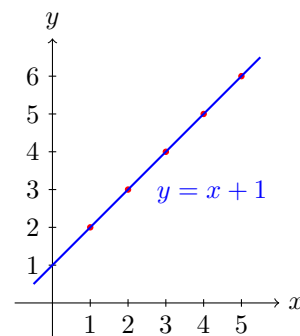
$$f(x) = ax + b \quad \text{En este caso:} \quad f(x) = x + 1$$

donde:

Tabla de Valores

x (Entrada)	y = x + 1 (Salida)
1	2
2	3
3	4
4	5
5	6

Representación Gráfica



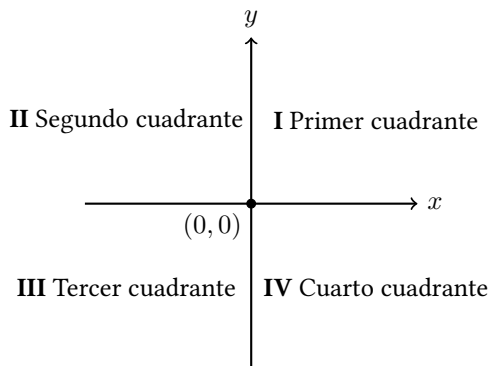
La recta pasa por todos los puntos de la tabla

Plano Cartesiano

El plano cartesiano es un sistema de coordenadas bidimensional formado por dos ejes perpendiculares:

- Eje X (abscisas): Horizontal
- Eje Y (ordenadas): Vertical

Cuadrantes



Elementos clave

- **Origen:** Punto $(0, 0)$ donde se cruzan los ejes.
- **Eje X:** Recta horizontal (valores de x) está en el punto 0 del eje Y.
- **Eje Y:** Recta vertical (valores de y) está en el punto 0 del eje X.
- **Coordenadas:** Pares ordenados (x, y) .

Función Lineal

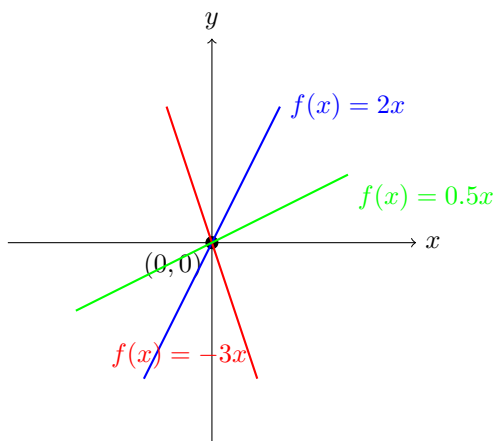
Una **función lineal** de la forma:

$$f(x) = mx$$

donde:

- $m \neq 0$: Pendiente (inclinación de la recta)
- Pasa siempre por el origen $(0, 0)$

Representación Gráfica



Ejemplos

Función	Pendiente (m)	Comportamiento
$f(x) = 2x$	2	Creciente
$f(x) = -3x$	-3	Decreciente
$f(x) = 0.5x$	0.5	Creciente suave

Función Afín

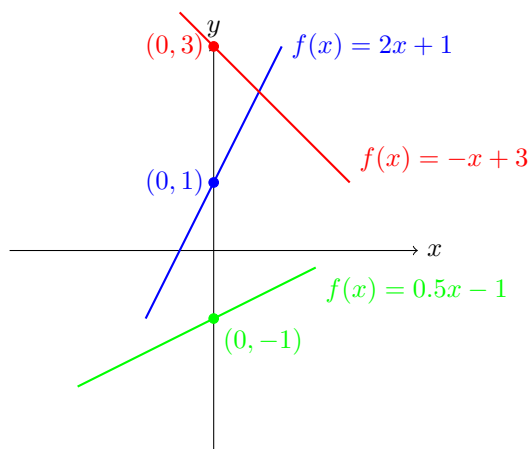
Una **función afín** de la forma:

$$f(x) = mx + n$$

donde:

- $m \neq 0$: Pendiente (inclinación de la recta)
- n : Ordenada al origen (intersección con el eje y)
- **Diferencia clave:** No pasa por el origen $(0, 0)$

Representación Gráfica



Ejemplos Comparativos

Función	Pendiente	Ordenada	Comportamiento
$2x + 1$	2	1	Creciente
$-x + 3$	-1	3	Decreciente
$0.5x - 1$	0.5	-1	Creciente suave

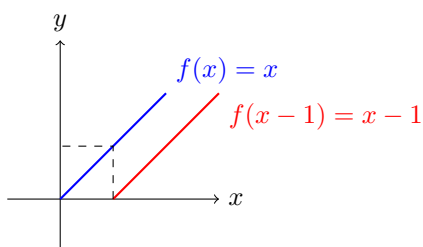
Transformaciones Básicas

Dada una función base $y = f(x)$, podemos aplicar las siguientes transformaciones:

1. Traslación Horizontal

$$y = f(x - h)$$

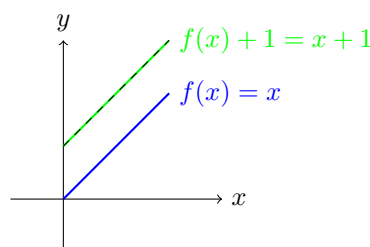
- Desplaza la gráfica h unidades horizontalmente
- $h > 0$: Derecha
- $h < 0$: Izquierda



2. Traslación Vertical

$$y = f(x) + k$$

- Desplaza la gráfica k unidades verticalmente
- $k > 0$: Arriba
- $k < 0$: Abajo



3. Traslación Combinada

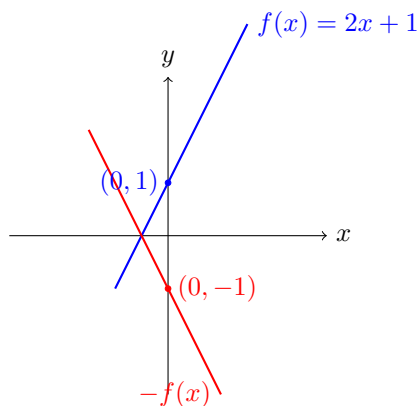
$$y = f(x - h) + k$$

- Desplaza h unidades horizontal y k unidades vertical
- Ejemplo: $y = (x - 2)^2 + 3$

4. Reflexión en Eje X (Función Afín)

$$y = -f(x) = -(mx + b)$$

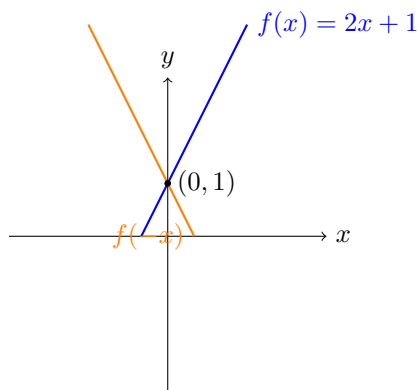
- Invierte la pendiente y la ordenada
- Ejemplo: Si $f(x) = 2x + 1$, entonces $-f(x) = -2x - 1$
- Simetría respecto al eje x



5. Reflexión en Eje Y (Función Afín)

$$y = f(-x) = m(-x) + b$$

- Cambia el signo de la pendiente
- Ejemplo: Si $f(x) = 2x + 1$, entonces $f(-x) = -2x + 1$
- Simetría respecto al eje y



III. Ejercicios de Admisiones pasadas

1) El nivel n , en centímetros, que alcanza el agua en un depósito, durante un tiempo t , en horas, se modela según la función

$$n(t) = at + b$$

Inicialmente, el depósito contiene agua y al cabo de tres horas, el nivel que alcanza el agua es de 273 cm.

Si el nivel inicial del agua es el cuádruple de lo que aumenta el nivel cada hora, ¿cuál es el nivel del agua al cabo de cinco horas? [PAES M2 Invierno 2025]

- a) 275 cm
- b) 351 cm
- c) 441 cm
- d) 455 cm

2) Una persona compró 20 kg de naranjas en \$16 000 y 20 kg de manzanas en \$18 000. Si la cantidad de kilogramos de frutas y su precio se modelan por medio de una relación lineal, ¿cuál de las siguientes expresiones representa el precio total, en pesos, al comprar x kg de cada fruta? [PAES M1 Regular 2025]

- a) $\left(\frac{16000}{20} + \frac{18000}{20}\right) \cdot x$
- b) $\left(\frac{20 \cdot 16000}{x} + \frac{20 \cdot 18000}{x}\right)$
- c) $(16000 \cdot x + 18000 \cdot x)$
- d) $\left(\frac{16000 + 18000}{x}\right)$

3) Una persona va a comprar 18 yogures y el precio de cada uno es \$M. Para ello lleva un monto de \$P, el cual es suficiente para comprar. ¿Cuál de las siguientes expresiones corresponde al dinero que le sobra? [PAES M1 Regular 2025]

- a) $(P - 18 \cdot M)$
- b) $\left(\frac{18 \cdot M}{P}\right)$
- c) $(P - M)$
- d) $\left(\frac{P - 18}{M}\right)$

4) Para el cobro de electricidad de un sector rural se ha establecido un modelo lineal de cálculo. En este cobro se debe pagar \$ a por un cargo fijo más monto por kWh consumido. Si por un consumo de x kWh el cobro es de \$ M , ¿cuál de las siguientes expresiones corresponde al monto total, en pesos, a cobrar por un consumo de z kWh? [PSU 2016]

- a) $a + \left(\frac{M}{x}\right) z$
- b) $a + \left(\frac{M - a}{z}\right) x$
- c) $a + \frac{M - az}{x}$
- d) $a + \left(\frac{M - a}{x}\right) z$
- e) $a + Mz$

5) Una persona quiere desinfectar un sector de juegos. Para ello utilizará un líquido desinfectante que trae la siguiente información en la etiqueta:

Cantidad de desinfectante	Diluir en:
5 mL	un cuarto litro de agua
10 mL	medio litro de agua
20 mL	un litro de agua

Si la persona usa una jeringa de 5 mL para añadir el desinfectante en un balde con cinco litros de agua, ¿cuántas veces tiene que vaciar el contenido de la jeringa llena en el agua? [PAES M1 Regular 2025]

- a) 5
- b) 20
- c) 25
- d) 100

6) Para una fiesta se compraron tres botellas de jugo del mismo precio y tres botellas de bebidas del mismo precio, gastándose en total \$16 770. Una botella de bebida es \$390 más cara que una botella de jugo. ¿Cuál de las siguientes ecuaciones permite determinar el precio x de una botella de jugo, en pesos? [PAES M1 Regular 2025]

- a) $3x + 390 = 16770$
- b) $6x + 390 = 16770$
- c) $3x + 3(x + 390) = 16770$
- d) $3x + 3(x - 390) = 16770$

7) La cantidad n de chirridos por minuto que emite un grillo se relaciona con la temperatura ambiental mediante la ecuación $T = 10 + \left(\frac{n - 40}{7}\right)$, tal que T es la temperatura ambiental en °C. ¿Cuántos chirridos por minuto emitirá un grillo si la temperatura ambiental es de 20 °C? [PAES M1 Regular 2025]

- a) 8
- b) 30
- c) 110
- d) 170

8) Dos estacionamientos cobran en función de la cantidad x de minutos que un vehículo permanece estacionado. Para calcular el cobro por estacionar, en pesos, se utilizan las siguientes funciones:

Estacionamiento 1: $f(x) = 1000 + 25x$

Estacionamiento 2: $g(x) = p + 15x$

¿Cuál es el valor de p , considerando que ambos estacionamientos cobran lo mismo por 60 minutos de uso? [PAES M1 Regular 2025]

- a) 94
- b) 400
- c) 1600
- d) 2500

9) Gola y Colón son empresas de gasfitería que tienen distintas modalidades para cobrar por sus trabajos.

Gola cobra a sus clientes diez mil pesos por visita domiciliaria más quince mil por hora, lo cual se puede modelar por la función determinada por $f(t) = 10000 + 15000t$, tal que t corresponde a la cantidad de horas trabajadas.

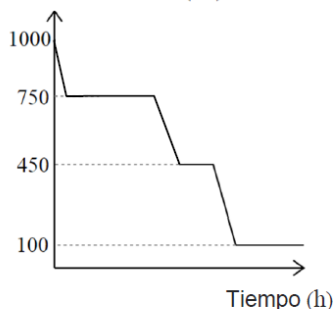
Colón cobra un 30 % menos por visita domiciliaria y un 20 % más por hora en relación con lo que cobra Gola.

¿Cuál de las siguientes funciones modela el cobro que realiza Colón por su trabajo, en términos de la cantidad t de horas trabajadas? [PAES M1 Invierno 2025]

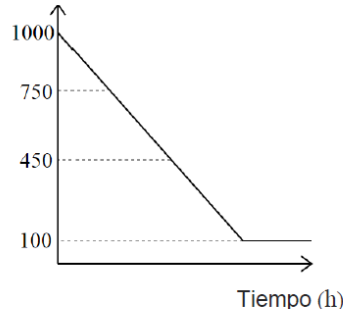
- a) $k(t) = 9990 + 15000t$
- b) $g(t) = 9970 + 15020t$
- c) $h(t) = 7000 + 18000t$
- d) $j(t) = 12000 + 10500t$

10) Una persona abre por la mañana una caja de leche de un litro y se sirve en un vaso hasta los 250 ml. Por la tarde, se sirve nuevamente leche de esta caja y lo hace en una taza hasta los 300 ml. Por la noche, utiliza 350 ml de leche de esta caja para preparar un postre. ¿Cuál de los siguientes gráficos representa de mejor manera la cantidad de leche que queda en la caja a medida que transcurre el tiempo? [PAES M1 Invierno 2025]

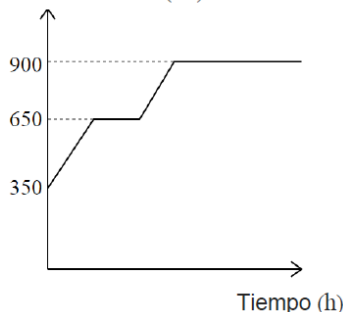
A) Cantidad de leche (ml)



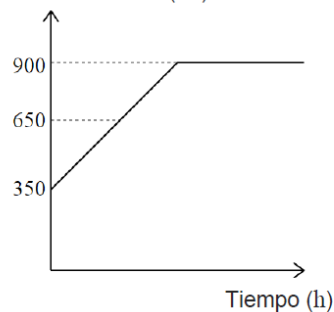
B) Cantidad de leche (ml)



C) Cantidad de leche (ml)



D) Cantidad de leche (ml)



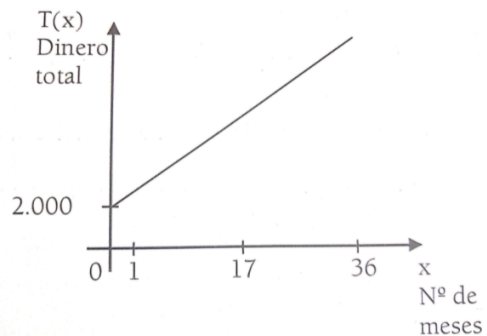
IV. Ejercicios tipo PAES

11) Con respecto a la función real $f(x) = \frac{1}{3}x$, ¿cuál de las siguientes proposiciones es (son) siempre verdadera(s)?

- I) La función es lineal.
 - II) $f(0, 25) = \frac{1}{12}$
 - III) La preimagen de tres es uno.
- a) Solo I
 - b) Solo II
 - c) Solo III
 - d) Solo I y II
 - e) Solo II y III

12) La siguiente gráfica muestra el registro mensual del dinero total $T(x)$ que tuvo María en el banco, a lo largo de 3 años desde el momento en que abrió su cuenta de ahorro. Si ella depositaba cada mes \$3.000 en esa cuenta, ¿cuál(es) de las siguientes afirmaciones es (son) verdadera(s)?

- I) Abrió la cuenta con \$2.000.
 - II) A los 17 meses tenía exactamente \$51.000.
 - III) La función $T(x) = 3.000 + 2.000x$
- a) Solo I
 - b) Solo II
 - c) Solo III
 - d) Solo I y II
 - e) Solo II y III



13) El Club Cuerpo Sano tiene dos planes de pago. El plan 1 es una cuota anual de \$100.000, más \$2.000 por hora de uso de la cancha. El plan 2 es una cuota anual de \$250.000 sin cargo por el uso de la cancha. ¿Cuántas horas debe jugar Francisco al año para que el costo del plan 1 sea igual al costo del plan 2

- a) 150
- b) 100
- c) 75
- d) 50
- e) 25

14) Si $f(x) = a - (a^2 - b^2)x + b$, con a y b números reales distintos de cero y distintos entre sí, ¿cuál es la imagen de $\frac{1}{a-b}$

- a) $2b$
- b) 0
- c) $\frac{a+b-a^2-b^2}{a-b}$
- d) $2b^2$
- e) $2a^2$

15) Para las funciones afín f y g se cumple que $f(-x) = g(x)$. ¿Cuál de las siguientes alternativas presenta fórmulas para las funciones f y g , que cumplan con las condiciones dadas?

- a) $f(x) = -2x - \frac{3}{4}$ y $g(x) = -2x + \frac{3}{4}$
- b) $f(x) = 2x - \frac{3}{4}$ y $g(x) = 2x + \frac{3}{4}$
- c) $f(x) = 2x + \frac{3}{4}$ y $g(x) = -\frac{1}{2}x + \frac{3}{4}$
- d) $f(x) = \frac{1}{2}x + \frac{3}{4}$ y $g(x) = -\frac{1}{2}x + \frac{3}{4}$
- e) $f(x) = -\frac{1}{2}x + \frac{3}{4}$ y $g(x) = \frac{1}{2}x - \frac{3}{4}$

16) Se puede determinar si $f(x)$ es una función lineal al saber que

- a) su dominio y recorrido es el conjunto de los reales
- b) su gráfico pasa por los puntos (0,0) y (1,1)
- c) su gráfico pasa por los puntos (2,2) y (3,3)
- d) su gráfico es una recta perpendicular a la recta de la función identidad.
- e) no se puede determinar con las alternativas dadas.

17) ¿Cuál(es) de las siguientes tablas de datos podría(n) corresponder a una función afín?

I)

x	$f(x)$
4	6
5	13
7	27
10	48

II)

x	$f(x)$
2	4
3	9
4	16
5	25

III)

x	$f(x)$
0	5
5	4
10	3
15	2

- a) Solo I
- b) Solo I y II
- c) Solo I y III
- d) Solo II y III
- e) I, II y III

18) Una función lineal f definida en los reales cumple con que $f(1, 6) = 1, \bar{6}$, entonces su gráfico tiene pendiente igual a

- a) $\frac{24}{25}$
- b) $\frac{24}{8}$
- c) $\frac{3}{9}$
- d) $\frac{10}{10}$
- e) $\frac{10}{9}$

19) Se puede afirmar que $T(x)$ es una función afín si se sabe que:

- (1) La imagen de $-\frac{1}{3}$ es $\frac{1}{2}$
- (2) La preimagen de $-\frac{3}{2}$ es $\frac{1}{3}$

- a) (1) por sí sola
- b) (2) por sí sola
- c) Ambas juntas, (1) y (2)
- d) Cada una por sí sola, (1) o (2)
- e) Se requiere información adicional

20) Se puede determinar el valor total a pagar de una cuenta de telefonía celular, sabiendo que el consumo del mes fue de 342 minutos, si se sabe que

- (1) El valor de la cuenta para 70 minutos es de \$24.100.
- (2) El valor total está definido por una función afín y el cargo fijo es de \$22.000

- a) (1) por sí sola
- b) (2) por sí sola
- c) Ambas juntas, (1) y (2)
- d) Cada una por sí sola, (1) o (2)
- e) Se requiere información adicional