Guía N°6 (M2)

<< Sistemas de Ecuaciones >>

NOMBRE: ____

I. Introducción

Las **expresiones algebraicas** son combinaciones de números, variables y operaciones matemáticas, como la suma, resta, multiplicación y división. Se representan mediante símbolos y letras, donde los números se consideran constantes y las letras representan variables, es decir, valores que pueden variar.

Producto Notable	Fórmula
Binomio al cuadrado	$(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$
Suma por diferencia	$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$
Binomio al cubo	$(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3$
Producto de binomios con término común (caso simple)	$(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$
Producto de binomios con término común (caso general)	$(ax+b)(cx+d) = acx^2 + (ad+bc)x + bd$
Suma de cubos	$a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$
Diferencia de cubos	$a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$

Factorización	Fórmula General
Factor Común	$ab + ac = a(b+c)$
Agrupación	$ab + ac + db + dc = (a+d)(b+c)$
Trinomio cuadrado perfecto	$a^2 \pm 2ab + b^2 = (a \pm b)^2$
Trinomio $x^2 + bx + c$	$x^2 + (m+n)x + mn = (x+m)(x+n)$
Trinomio $ax^2 + bx + c$	$acx^2 + (ad+bc)x + bd = (ax+b)(cx+d)$
Factor Por Signo	$-a - b = -(a+b)$

II. Sistemas de Ecuaciones

Entenderemos un Sistema de Ecuaciones a la intersección de dos o más funciones lineales, afines o constantes, o combinaciones de ellas.

$$\begin{cases} x + 5y = 5 \\ 3x - 5y = 3 \end{cases} \qquad \begin{cases} 2y - 3x = 1 \\ -4y + 6x = -2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = -2x + 1 \\ 4x + 2y = 3 \end{cases} \qquad \begin{cases} 6x - 5y = -3 \\ 3x + 2y = 12 \end{cases}$$

Ejemplo Conceptual

Sean consideradas las funciones $f(x) = 3x + 1$ y $g(x) = 7x - 5$, nos interesaría saber para qué valor de la variable independiente (x), estas funciones tienen la misma imagen, recordando que tanto $f(x) = y$ y $g(x) = y$. Entonces:

$$\begin{gathered} f(x) = g(x) \\ 3x + 1 = 7x - 5 \\ -4x = -6 \\ x = \frac{-6}{-4} \\ x = \frac{3}{2} \end{gathered}$$

- Este último resultado nos dice que cuando $x = \frac{3}{2}$ las funciones tienen el mismo valor, es decir, la imagen de $\frac{3}{2}$ bajo f y bajo g es exactamente la misma.

$$f\left(\frac{3}{2}\right) = 3 \cdot \frac{3}{2} + 1 = \frac{11}{2} \text{ y } g\left(\frac{3}{2}\right) = 7 \cdot \frac{3}{2} - 5 = \frac{11}{2}$$

- La manera más sencilla de interpretar este resultado es que las funciones antes mostradas se intersectan en un punto de la forma $\left(\frac{3}{2}, \frac{11}{2}\right)$.

Caso General

- Ahora bien, un sistema de ecuaciones lineales con dos incógnitas se escribirá de la forma.

$$Ax + By = C$$

$$Dx + Ey = F$$

- Si en alguna(s) de las ecuaciones que componen el sistema se tiene un grado mayor o igual a dos, entonces el sistema no es lineal.
- Por ejemplo, el sistema

$$xy = 1$$

$$x + y = 3$$

no es lineal, ya que el término algebraico xy tiene grado 2.

Metodologías de Resolución

Para resolver un sistema de ecuaciones de primer grado con dos incógnitas existen varios métodos, los más tradicionales son los siguientes.

- **Método de Sustitución:** Se despeja una incógnita (x o y) en una de las ecuaciones, la que se sustituye en la otra ecuación, obteniéndose una ecuación con una incógnita.
- **Método de Igualación:** Se despeja una misma incógnita (x o y) en ambas ecuaciones y se igualan las expresiones resultantes, obteniéndose una ecuación con una sola incógnita.
- **Método de Reducción:** Se amplifican apropiadamente las ecuaciones para igualar los coeficientes de una misma incógnita, de forma tal que, al restar las ecuaciones, se elimina dicha incógnita, obteniéndose una ecuación con la otra incógnita.

Método de Sustitución

Se despeja una incógnita (x o y) en una de las ecuaciones, la cual se sustituye en la otra ecuación, obteniéndose una ecuación con una sola incógnita.

$$\begin{aligned} x + 5y &= 5 \quad (1) \quad \Rightarrow x = 5 - 5y \\ 3x - 5y &= 3 \quad (2) \end{aligned}$$

Paso 1: Sustitución

Reemplazamos la expresión obtenida en (1) en la ecuación (2):

$$3x - 5y = 3$$

$$3(5 - 5y) - 5y = 3$$

$$15 - 15y - 5y = 3$$

$$15 - 20y = 3$$

$$-20y = -12$$

$$y = \frac{12}{20} = \frac{3}{5}$$

Paso 2: Cálculo de x

Sustituimos $y = \frac{3}{5}$ en la ecuación (1):

$$x + 5y = 5$$

$$x + 5\left(\frac{3}{5}\right) = 5$$

$$x + 3 = 5$$

$$x = 2$$

Solución

El punto de intersección (solución del sistema) es:

$$\boxed{\left(2, \frac{3}{5}\right)}$$

Ejemplo

En una academia hay 120 personas, entre hombres y mujeres. La cantidad de hombres es a la cantidad de mujeres como 1 es a 3. ¿Cuántas mujeres hay en la academia?

A) 30

B) 40

C) 60

D) 90

Solución

Paso 1: Plantear ecuaciones

Definimos:

- H: Número de hombres.
- M: Número de mujeres.

Del enunciado obtenemos:

$$H + M = 120 \quad (1)$$
$$\frac{H}{M} = \frac{1}{3} \quad \Rightarrow \quad 3H = M \quad (2)$$

Paso 2: Resolver el sistema

Sustituimos $M = 3H$ de (2) en la ecuación (1):

$$H + 3H = 120$$
$$4H = 120$$
$$H = \frac{120}{4} = 30$$

Luego, calculamos M:

$$M = 3H = 3 \times 30 = 90$$

Respuesta

En la academia hay $\boxed{90}$ mujeres. La opción correcta es $\boxed{D}$.

Método de Igualación

Se despeja una misma incógnita (x o y) en ambas ecuaciones y se igualan las expresiones resultantes, obteniéndose una ecuación con una sola incógnita.

Paso 1: Despejar x en ambas ecuaciones

$$\begin{aligned} x + 5y &= 5 \quad (1) \quad \Rightarrow x = 5 - 5y \\ 3x - 5y &= 3 \quad (2) \quad \Rightarrow 3x = 3 + 5y \quad \Rightarrow x = 1 + \frac{5y}{3} \end{aligned}$$

Paso 2: Igualar las expresiones

Igualamos los despejes de x de (1) y (2):

$$5 - 5y = 1 + \frac{5y}{3}$$

Paso 3: Resolver para y

$$\begin{aligned} 5 - 1 &= 5y + \frac{5y}{3} \\ 4 &= \frac{15y + 5y}{3} \\ 4 &= \frac{20y}{3} \\ 20y &= 12 \\ y &= \frac{12}{20} = \frac{3}{5} \end{aligned}$$

Paso 4: Calcular x

Sustituimos $y = \frac{3}{5}$ en la ecuación (1):

$$\begin{aligned} x + 5\left(\frac{3}{5}\right) &= 5 \\ x + 3 &= 5 \\ x &= 2 \end{aligned}$$

Solución

El punto de intersección (solución del sistema) es:

$$\boxed{\left(2, \frac{3}{5}\right)}$$

Ejemplo

Dos estacionamientos cobran en función de la cantidad x de minutos que un vehículo permanece estacionado. Para calcular el cobro por estacionar (en pesos), se utilizan las siguientes funciones:

- Estacionamiento 1: $f(x) = 1000 + 25x$
- Estacionamiento 2: $g(x) = p + 15x$

¿Cuál es el valor de p, considerando que ambos estacionamientos cobran lo mismo por 60 minutos de uso?

A) 94

B) 400

C) 1600

D) 2500

Solución

Paso 1: Plantear las ecuaciones

Las funciones de costo para ambos estacionamientos son:

$$f(x) = 1000 + 25x \quad \text{y} \quad g(x) = p + 15x.$$

Paso 2: Igualar los costos para $x = 60$ minutos

Dado que ambos cobran lo mismo para 60 minutos:

$$f(60) = g(60).$$

Sustituyendo:

$$1000 + 25 \times 60 = p + 15 \times 60.$$

Paso 3: Resolver para p

$$\begin{aligned} 1000 + 1500 &= p + 900, \\ 2500 &= p + 900, \\ p &= 2500 - 900, \\ p &= 1600. \end{aligned}$$

Respuesta

El valor de p es $\boxed{1600}$. La opción correcta es $\boxed{C}$.

Método de Reducción

Se amplifican o simplifican las ecuaciones para igualar los coeficientes de una misma incógnita, de modo que al sumar o restar las ecuaciones, se elimine dicha incógnita, obteniendo una ecuación con una sola variable.

Sistema de ecuaciones

$$\begin{cases} x + 5y = 5 & (1) \\ 3x - 5y = 3 & (2) \end{cases}$$

Paso 1: Sumar las ecuaciones

Observamos que los coeficientes de y son iguales en magnitud pero de signo opuesto ($+5y$ y $-5y$). Sumamos (1) y (2) para eliminar y:

$$\begin{aligned}(x+5y)+(3x-5y)&=5+3\\4x&=8\\x&=\frac{8}{4}\\x&=2\end{aligned}$$

Paso 2: Sustituir x para hallar y

Reemplazamos $x=2$ en la ecuación (1):

$$\begin{aligned}2+5y&=5\\5y&=5-2\\5y&=3\\y&=\frac{3}{5}\end{aligned}$$

Solución

El punto de intersección (solución del sistema) es:

$$\boxed{\left(2,\frac{3}{5}\right)}$$

Ejemplo

Una persona dispone de \$12 000 en monedas de \$100 y \$500, con un total de 36 monedas. Para saber cuántas monedas tiene de cada tipo, efectúa el siguiente desarrollo, cometiendo un error.

Paso 1 considera que x es la cantidad de monedas de \$100 e y es la cantidad de monedas de \$500 , planteando el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases}100x+500y=12\,000\\x+y=36\end{cases}$$

Paso 2 multiplica la segunda ecuación por -100 , obteniendo:

$$\begin{aligned}100x+500y&=12\,000\\-100x+100y&=-3\,600\end{aligned}$$

y luego suma hacia abajo las ecuaciones, obteniendo $y=14$.

Paso 3 reemplaza el resultado anterior en la ecuación $x+y=36$, obteniendo $x=22$.

Paso 4 por último, concluye que tiene 14 monedas de \$500 y 22 monedas de \$100 .

¿En cuál de los pasos se cometió el error?

A) En el Paso 1

B) En el Paso 2

C) En el Paso 3

D) En el Paso 4

Solución

Paso 1 Planteamiento correcto:

$$\begin{cases}100x+500y=12\,000\\x+y=36\end{cases}$$

donde $x=$ monedas de \$100, $y=$ monedas de \$500.

Paso 2 Multiplicación por -100 (incorrecta):

$$\begin{aligned}100x+500y&=12\,000\\-100x+100y&=-3\,600\quad\text{(incorrecto)}\end{aligned}$$

Error La segunda ecuación se multiplicó por -100, pero el término $100y$ se escribió incorrectamente como $+100y$ (debería ser $-100y$). Una vez corregido sigue:

Paso 2 multiplica la segunda ecuación por -100 , obteniendo:

$$\begin{aligned}100x+500y&=12\,000\\-100x-100y&=-3\,600\end{aligned}$$

y luego suma hacia abajo las ecuaciones, obteniendo $y=21$.

Paso 3 reemplaza el resultado anterior en la ecuación $x+y=36$, obteniendo $x=15$.

Paso 4 por último, concluye que tiene 21 monedas de \$500 y 15 monedas de \$100 .

Solución correcta

$$400y = 8\,400 \quad \Rightarrow \quad y = \frac{8\,400}{400} = 21$$
$$x + 21 = 36 \quad \Rightarrow \quad x = 15$$

La solución correcta es $\boxed{15}$ monedas de \$100 y $\boxed{21}$ de \$500.

Respuesta

La opción correcta es $\boxed{B}$ (Paso 2).

Tipos de Soluciones

Un sistema de ecuaciones lineales con dos incógnitas se expresa como:

$$\begin{aligned} Ax + By &= C \\ Dx + Ey &= F \end{aligned}$$

Sistemas sin Solución

- Si $\frac{A}{B} = \frac{D}{E}$ pero $\frac{C}{B} \neq \frac{F}{E}$, el sistema no tiene solución.

Ejemplo:

$$\begin{aligned} 2x + 4y &= 3 \\ 4x + 8y &= 5 \end{aligned}$$

- En este caso $\frac{2}{4} = \frac{4}{8}$ pero $\frac{3}{4} \neq \frac{5}{8}$, el sistema no tiene solución.
- Además, la resolución del sistema entrega:

$$\begin{aligned} 2x + 4y = 3 \quad \cdot(-2) \Rightarrow \qquad & -4x - 8y = -6 \quad \Rightarrow \qquad \boxed{0 = -1} \text{ lo que es falso} \\ 4x + 8y = 5 \Rightarrow \qquad & 4x + 8y = 5 \end{aligned}$$

Sistemas con Infinitas Soluciones

- Si $\frac{A}{B} = \frac{D}{E}$ y $\frac{C}{B} = \frac{F}{E}$, el sistema tiene infinitas soluciones.

Ejemplo:

$$\begin{aligned} 2x + 4y &= 3 \\ 4x + 8y &= 6 \end{aligned}$$

- En este caso $\frac{2}{4} = \frac{4}{8}$ y $\frac{3}{4} = \frac{6}{8}$, el sistema tiene infinitas soluciones.
- Además, la resolución del sistema entrega:

$$\begin{aligned} 2x + 4y = 3 \quad \cdot(-2) \Rightarrow \qquad & -4x - 8y = -6 \quad \Rightarrow \qquad \boxed{0 = 0} \text{ lo que es verdadero} \\ 4x + 8y = 6 \Rightarrow \qquad & 4x + 8y = 6 \end{aligned}$$

Sistemas con Una Solución

- Para todos los otros casos, el sistema solo tiene un punto como solución.

Ejercicio 1

Dado el siguiente sistema, ¿cuál es el punto de intersección?

$$\begin{cases} y = -2x + 1 \\ 4x + 2y = 3 \end{cases}$$

a) $x = 1,\ y = \frac{1}{2}$

b) $x = \frac{1}{4},\ y = -\frac{1}{2}$

c) $x = 0,\ y = 0$

d) $x = \frac{1}{4},\ y = 1$

e) No hay punto en común.

Solución:

1. Sustitución de $y = -2x + 1$ en la segunda ecuación:

$$4x + 2(-2x + 1) = 3$$

2. Simplificación:

$$4x - 4x + 2 = 3 \implies \boxed{2 = 3} \quad \text{(Contradicción)}$$

Respuesta final: $\boxed{e}$

Ejercicio 2

Dado el siguiente sistema, ¿cuál es el punto de intersección?

$$\begin{cases} 2y - 3x = 1 \\ -4y + 6x = -2 \end{cases}$$

a) $x = 1,\ y = -1$

b) $x = -1,\ y = -1$

c) $x = 0,\ y = 0$

d) $x = 2,\ y = 3$

e) Hay infinitos puntos en común.

Solución:

1. Multiplicamos la primera ecuación por 2:

$$4y - 6x = 2$$

2. Sumamos a la segunda ecuación:

$$(4y - 6x) + (-4y + 6x) = 2 + (-2) \implies \boxed{0 = 0} \quad \text{(Tautología)}$$

Respuesta final: $\boxed{e}$

III. Ejercicios de Admisiones pasadas

1) Una persona contestó correctamente las 18 preguntas de una prueba que tiene preguntas de 1, 2 y 3 puntos, obteniendo un total de 35 puntos. Solo seis de las preguntas de la prueba valían 1 punto. Si x corresponde al total de puntos obtenidos en las preguntas que valen 2 puntos e y corresponde al total de puntos obtenidos en las preguntas que valen 3 puntos, ¿cuál de los siguientes sistemas de ecuaciones representa la situación planteada? **[PAES M1 Regular 2025]**

a) $\begin{array}{rcl} x + y & = & 18 \\ 2x + 3y & = & 35 \end{array}$

b) $\begin{array}{rcl} \dfrac{x}{2} + \dfrac{y}{3} & = & 12 \\ x + y & = & 29 \end{array}$

c) $\begin{array}{rcl} x + y & = & 12 \\ 2x + 3y & = & 29 \end{array}$

d) $\begin{array}{rcl} \dfrac{x}{2} + \dfrac{y}{3} & = & 18 \\ x + y & = & 35 \end{array}$

2) Considera el siguiente sistema de ecuaciones. $\begin{array}{rcl} 2x + y & = & 6 \\ 4x + 3y & = & 12 \end{array}$ ¿Cuál es la solución del sistema? **[PAES M1 Invierno 2025]**

a) $x = 15\ ;\ y = -24$
b) $x = -9\ ;\ y = 24$
c) $x = 3\ ;\ y = 0$
d) $x = 3\ ;\ y = 12$

3) En una academia hay 120 personas, entre hombres y mujeres. La cantidad de hombres es a la cantidad de mujeres como 1 es a 3. ¿Cuántas mujeres hay en la academia? **[PAES M1 Invierno 2024]**

a) 30
b) 40
c) 60
d) 90

4) Dos estacionamientos cobran en función de la cantidad x de minutos que un vehículo permanece estacionado. Para calcular el cobro por estacionar, en pesos, se utilizan las siguiente funciones:

- Estacionamiento 1: $f(x) = 1000 + 25x$
- Estacionamiento 2: $g(x) = p + 15x$

¿Cuál es el valor de p, considerando que ambos estacionamientos cobran lo mismo por 60 minutos de uso? **[PAES M1 Invierno 2024]**

a) 94
b) 400
c) 1600
d) 2500

5) Una persona dispone de \$12 000 en monedas de \$100 y \$500, con un total de 36 monedas.
Para saber cuántas monedas tiene de cada tipo, efectúa el siguiente desarrollo, cometiendo un error.

Paso 1 considera que x es la cantidad de monedas de \$100 e y es la cantidad de monedas de \$500 , planteando el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} 100x + 500y = 12\,000 \\ x + y = 36 \end{cases}$$

Paso 2 multiplica la segunda ecuación por -100 , obteniendo:

$$\begin{array}{r} 100x + 500y = 12\,000 \\ -100x + 100y = -3\,600 \end{array}$$

y luego suma hacia abajo las ecuaciones, obteniendo $y = 14$.

Paso 3 reemplaza el resultado anterior en la ecuación $x + y = 36$, obteniendo $x = 22$.

Paso 4 por último, concluye que tiene 14 monedas de \$500 y 22 monedas de \$100 .

¿En cuál de los pasos se cometió el error? **[PAES M1 Invierno 2024]**

a) En el Paso 1
b) En el Paso 2
c) En el Paso 3
d) En el Paso 4

6) Considera dos mezclas de agua y endulzante. La primera mezcla está formada por un 90 % de agua y el resto endulzante, mientras que otra está formada por un 2 % de endulzante y el resto agua.
Una persona quiere generar una tercera mezcla combinando las dos anteriores, tal que se generen 10 litros y que tenga un 7 % de endulzante y el resto agua.
¿Cuál de los siguientes sistemas de ecuaciones permite determinar la cantidad de litros A de la primera mezcla y la cantidad de litros B de la segunda mezcla que tendría la tercera mezcla? **[PAES M2 Invierno 2025]**

a) $$\begin{array}{rcl} A + B & = & 10 \\ 0,9A + 0,02B & = & 0,07 \cdot 10 \end{array}$$

b) $$\begin{array}{rcl} 0,1A + 0,02B & = & 0,07 \cdot (A + B) \\ A + B & = & 0,07 \cdot 10 \end{array}$$

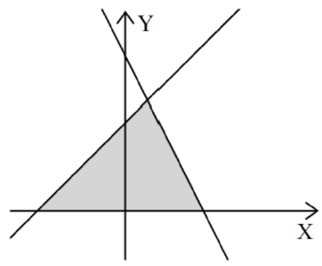
c) $$\begin{array}{rcl} 0,1A + 0,02B & = & 0,07 \cdot 10 \\ A + B & = & 10 \end{array}$$

d) $$\begin{array}{rcl} 0,9A + 0,02B & = & 10 \\ A + B & = & 0,07 \cdot (A + B) \end{array}$$

7) Considera el sistema de ecuaciones, en x e y, $\left.\begin{array}{rcl} 2mx + 3ny & = & 5mn \\ kx + 2ky & = & 10mn \end{array}\right|$ que tiene infinitas soluciones, tal que m, n y k son distintos de cero. ¿Cuántas soluciones tiene el sistema $\left.\begin{array}{rcl} 3nx + ky & = & 1 \\ kx + 4my & = & 1 \end{array}\right|$? **[PAES M2 Invierno 2025]**

a) Ninguna solución
b) Una solución
c) Infinitas soluciones
d) Dependen del valor de m y n

8) Considera las funciones f y g definidas por $f(x) = -2x + 7$ y $g(x) = x + 4$, ambas con dominio el conjunto de los números reales. En la figura adjunta se representan las gráficas de f y g .



¿Cuál es el área del triángulo que se forma entre las gráficas de f , g y el eje X, en unidades cuadradas? **[PAES M2 Invierno 2025]**

a) $\frac{15}{4}$
b) $\frac{15}{2}$
c) $\frac{75}{2}$
d) $\frac{75}{4}$

9) ¿Para qué valores de p y q , respectivamente, se cumple la igualdad $px + qx - 2p - 3q = 2x + 1$, para todo número real x ? **[PAES M2 Regular 2024]**

a) 5 y -3
b) 7 y -5
c) $\frac{7}{5}$ y $\frac{3}{5}$
d) 1 y -1

10) Si p , q y k son números reales, con q distinto de cero y k distinto de 0 y 1, ¿cuál de los siguientes sistemas en x e y no tiene solución? **[PSU 2005]**

a) $\left.\begin{array}{rcl} x + y & = & p \\ kx + ky & = & kp \end{array}\right|$

b) $\left.\begin{array}{rcl} x + y & = & q \\ kx + ky & = & q \end{array}\right|$

c) $\left.\begin{array}{rcl} x - y & = & k \\ x + y & = & k \end{array}\right|$

d) $\left.\begin{array}{rcl} y & = & k \\ x + y & = & k \end{array}\right|$

IV. Ejercicios tipo PAES

11) En el sistema $\left.\begin{array}{rcl} ax+by & = & a \\ ax-by & = & b \end{array}\right|$, el doble de y es:

a) $\frac{a}{2b}-\frac{1}{2}$
b) $\frac{a}{2b}+\frac{1}{2}$
c) $\frac{a}{b}-1$
d) $1-\frac{a}{b}$
e) $1+\frac{a}{b}$

12) Cristóbal tiene $8.000 en 200 monedas, de $10 y de $50. ¿Cuántas monedas de $10 Cristóbal?

a) 200
b) 150
c) 100
d) 50
e) 10

13) El doble de un número, aumentado en la mitad de otro suman 7; y, si se suma 7 al primero de ellos, se obtiene el quíntuplo del segundo. Es correcto afirmar que

I) el doble de uno de esos números es 4.
II) el semi-producto entre los números es 3.
III) uno de los números es el sucesor del otro.

a) Solo II
b) Solo I y II
c) Solo I y III
d) Solo II y III
e) I, II y III

14) La intersección de las funciones $f(x)=-\frac{1}{2}x+\frac{1}{2}$ y $g(x)=\frac{5}{3}x+\frac{4}{3}$ puede ser también modelado por la intersección de las rectas

a) $x=-\frac{5}{13}$ e $y=\frac{9}{13}$
b) $x=\frac{9}{13}$ e $y=-\frac{5}{13}$
c) $x=\frac{5}{13}$ e $y=\frac{9}{13}$
d) $x=-\frac{9}{13}$ e $y=-\frac{5}{13}$
e) $x=\frac{9}{13}$ e $y=\frac{9}{13}$

15) Los cuatro quintos de la suma de dos números es 0, mientras que los diez novenos de su diferencia es igual a 20. Si los números mencionados son N y M tal que $N>M$, ¿cuál de las siguientes alternativas es verdadera?

a) $N-M=0$
b) $(NM)^2=81$
c) $N+M=9$
d) $2N-M=3^3$
e) $\log(NM)=4\log 3$

16) La suma de las cifras de un número de dos dígitos es 4. Si tales cifras se invirtieran, el nuevo número sería igual al doble número anterior, más 5 unidades. Siendo d y u las cifras de las decenas y las unidades del número original, respectivamente. ¿Cuál(es) de las siguientes afirmaciones es (son) verdadera(s)?

I) Una de las ecuaciones del sistema es $10d+u=4$.
II) Una de las ecuaciones del sistema es $10u+d=2(10d+u)+5$.
III) El número mencionado es primo.

a) Solo I
b) Solo II
c) Solo I y II
d) Solo I y III
e) Solo II y III

17) Con respecto al sistema de ecuaciones $\left.\begin{array}{rcl} ax-by & = & 0 \\ x+y & = & \dfrac{a+b}{ab} \end{array}\right|$, siendo a, b, x e y números no nulos con $a \neq -b$, se afirma que:

I) si las incógnitas son x e y, entonces $xy = \dfrac{1}{ab}$.
II) si las incógnitas son a e y, entonces $ab = xy$.
III) si $a : b = 2 : 1$, entonces las funciones que componen el sistema de ecuaciones se intersectan en el punto de coordenadas $(1, 2)$.

a) Solo I
b) Solo II
c) Solo III
d) Solo I y II
e) Solo II y III

18) Si $\left.\begin{array}{rcl} x(x+y+z) & = & 6 \\ y(x+y+z) & = & 12 \\ z(x+y+z) & = & 18 \end{array}\right|$, con x, y, z números reales positivos, entonces el valor de $x+y+z$ es

a) 6
b) 18
c) 36
d) 72
e) no se puede determinar

19) Siendo a y b números distintos. Se puede determinar el valor de $x-y$ si se sabe que:

(1) $a-b=12$
(2) $ax+by-ay-bx=24(a-b)$

a) (1) por sí sola
b) (2) por sí sola
c) Ambas juntas, (1) y (2)
d) Cada una por sí sola, (1) o (2)
e) Se requiere información adicional

20) Camilo y Patricio tienen, en total, 41 años, y Camilo es mayor que Patricio. Se puede determinar la edad que tiene cada uno de ellos si se sabe que:

(1) Sus edades son números naturales consecutivos.
(2) Si se divide la edad del mayor en la edad del menor se obtiene 1,05.

a) (1) por sí sola
b) (2) por sí sola
c) Ambas juntas, (1) y (2)
d) Cada una por sí sola, (1) o (2)
e) Se requiere información adicional