CLASE N°1:

“Números Enteros”

Objetivos de la clase:

- Operaciones y orden en el conjunto de los números enteros.
- Operaciones y comparación entre números en el conjunto de los números racionales.
- Problemas que involucren el conjunto de los números enteros y racionales en diversos contextos.

Prueba de Acceso a la Educación Superior

Eje de contenidos de M1:

1. Números
2. Probabilidad y Estadística
3. Álgebra y Funciones
4. Geometría

Prueba de Acceso a la Educación Superior

Eje de Números

M1 NÚMEROS ENTEROS

M1 NÚMEROS RACIONALES

M1 PORCENTAJES

M1 POTENCIAS

M1 RAÍCES

Reglas de la clase

RITMO DE LA CLASE

PREGUNTAS EN CLASE

DUDAS AL CORREO

Números Naturales (N)

Un número natural es cualquiera de los números que se usan para contar los elementos de un cierto conjunto. Sus elementos son:

$$1, 2, 3, 4, \ldots, (n-1), n, (n+1), \ldots, +\infty$$

$$N$$

Conjuntos Numéricos

Cifras

Un número natural se construye con cifras, que son símbolos utilizados para representar cantidades en distintos sistemas de numeración.

CIFRAS $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$

Conjuntos Numéricos

Elemento Algebraico

Un número natural también se puede expresar mediante un término algebraico n, el cual representa cualquier número natural.

ELEMENTO ALGEBRAICO

$$n \in N$$

Conjuntos Numéricos

Adición o Suma

La **adición** o **suma** es una operación matemática que consiste en combinar dos o más números para obtener un resultado llamado suma o total.

$$\underbrace{a+b}_{Sumandos} = \underbrace{c}_{Suma}$$

La suma de dos naturales **siempre** resulta otro natural.

El orden de los sumandos **no** altera el resultado.

Conjuntos Numéricos

Sustracción o Resta

La **sustracción** o **resta** es una operación matemática que consiste en quitar o reducir una cantidad de otra.

$$\overbrace{a}^{}_{} \quad \underset{Minuendo}{\overbrace{}^{a}} - \underset{Sustraendo}{\overbrace{}^{b}} = \underset{Diferencia}{\overbrace{}^{c}}$$

En los Naturales, el Minuendo debe ser **siempre** mayor que el Sustraendo

El orden de los elementos **sí altera** el resultado.

Conjuntos Numéricos

Antecesor y Sucesor

El **antecesor** de un número natural es aquel que lo precede en la secuencia y se obtiene restando 1. Del mismo modo, el **sucesor** es el número que lo sigue en la secuencia y se obtiene sumando 1.

SUCESOR

$8 \rightarrow 9$

$16 \rightarrow 17$

$n \rightarrow n+1$

$n+3 \rightarrow n+4$

ANTECESOR

$5 \rightarrow 4$

$13 \rightarrow 12$

$n \rightarrow n-1$

$n+3 \rightarrow n+2$

Multiplicación

La **multiplicación** es una operación matemática que consiste en sumar un número consigo mismo varias veces.

$$\underbrace{a \times b}_{Factores} = \underbrace{c}_{Producto}$$

La multiplicación de dos naturales siempre resulta otro número

El producto siempre es múltiplo de sus factores

La multiplicación es una suma iterada de un mismo número

Multiplicación

La **multiplicación** es una operación matemática que consiste en sumar un número consigo mismo varias veces.

$$\underbrace{a \times b}_{Factores} = \underbrace{a + a + a + \ldots + a}_{b\ veces} = \underbrace{c}_{Producto}$$

La multiplicación de dos naturales siempre resulta otro número

El producto siempre es múltiplo de sus factores

La multiplicación es una suma iterada de un mismo número

Conjuntos Numéricos

Pares e Impares

Pares

Es un número natural n, que se pueda escribir como “n = 2k” con k perteneciente a los naturales.

Ejemplos:

"2, 4, 6, 8, 10, 12, … , $(2k-4)$,$(2k-2)$, $2k$, $(2k+2)$, $(2k+4)$, … ”

Impares

Es un número natural n, que se pueda escribir como “n = 2k+1” con k perteneciente a los naturales.

Ejemplos:

"1, 3, 5, 7, 9, 11, … , $(2k-3)$, $(2k-1)$, $(2k+1)$, $(2k+3)$, … "

Ejemplo

¿Cuáles son los tres números pares consecutivos que sumados resultan 228?

Ejemplo

¿Cuáles son los tres números pares consecutivos que sumados resultan 228?

$$2n; (2n+2); (2n+4)$$

Ejemplo

¿Cuáles son los tres números pares consecutivos que sumados resultan 228?

$$2n; (2n+2); (2n+4)$$

$$2n + (2n+2) + (2n+4) = 228$$

Ejemplo

¿Cuáles son los tres números pares consecutivos que sumados resultan 228?

$$2n + (2n + 2) + (2n + 4) = 228$$

$$6n + 6 = 228$$

$$6n = 228 - 6$$

$$6n = 222$$

Ejemplo

¿Cuáles son los tres números pares consecutivos que sumados resultan 228?

$$2n + (2n + 2) + (2n + 4) = 228$$

...

$$6n = 222$$

$$n = \frac{222}{6} = 37$$

Ejemplo

¿Cuáles son los tres números pares consecutivos que sumados resultan 228?

$$2n + (2n + 2) + (2n + 4) = 228$$

$$\dots$$

$$n = 37$$

Así, los números consecutivos son:

$$2n = 2 \times 37 = 74$$

$$2n + 2 = 2 \times 37 + 2 = 76$$

$$2n + 4 = 2 \times 37 + 4 = 78$$

Ejemplo

¿Cuáles son los tres números impares consecutivos que sumados resultan 57?

Ejemplo

¿Cuáles son los tres números impares consecutivos que sumados resultan 57?

$$(2n-1)+(2n+1)+(2n+3)=57$$

$$6n+3=57$$

$$6n=57-3$$

$$6n=54$$

Ejemplo

¿Cuáles son los tres números impares consecutivos que sumados resultan 57?

$$(2n-1)+(2n+1)+(2n+3)=57$$

$$\dots$$

$$6n=54$$

$$n=\frac{54}{6}=9$$

Ejemplo

¿Cuáles son los tres números impares consecutivos que sumados resultan 57?

$$(2n-1)+(2n+1)+(2n+3)=57$$

…

$$n=9$$

Así, los números consecutivos son:

$$2n-1=2\times 9-1=17$$
$$2n+1=2\times 9+2=19$$
$$2n+3=2\times 9+4=21$$

División

La **división** es una operación matemática que consiste en repartir una cantidad en partes iguales o encontrar cuántas veces un número cabe dentro de otro.

$$\underset{Dividiendo}{a} \div \underset{Divisor}{b} = \underset{Cociente}{c}$$

Consiste en cuántas veces cabe el divisor en el dividendo.

"a" debe ser múltiplo de "b" para ser una división natural

La división es la operación inversa a la multiplicación

Reglas de paridad

Las reglas de paridad permiten identificar si un número es par o impar según sus propiedades.

Suma o Resta	**Par**	**Impar**
Par	Par	Impar
Impar	Impar	Par

Multiplicación o División	**Par**	**Impar**
Par	Par	Par
Impar	Par	Impar

Suma y resta:

Par + Par = Par (ej. $4 + 2 = 6$)

Impar + Impar = Par (ej. $3 + 5 = 8$)

Par + Impar = Impar (ej. $4 + 3 = 7$)

Multiplicación y División:

Par × Par = Par (ej. $2 \times 4 = 8$)

Par × Impar = Par (ej. $2 \times 3 = 6$)

Impar × Impar = Impar (ej. $3 \times 5 = 15$)

Múltiplos y Divisores

Múltiplos

Los múltiplos de un número natural son todos los posibles resultados de multiplicar ese número por todos y cada uno de los números naturales.

3 = {3, 6, 9, 12, 15,…}

Divisores

Los divisores de un número natural son los números naturales que lo pueden dividir, resultando de cociente otro número natural y de resto 0.

100 = {1, 2, 4, 5, 10, 20, 25, 50, 100}

Conjuntos Numéricos

Primos y Compuestos

Primos

Son los números naturales, mayores que 1, cuyos únicos factores son exactamente 1 y sí mismo.

Ejemplos: 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19…

El único primo par es el 2.

Compuestos

Son los números naturales, mayores que 1, los cuales no son primos. Es decir, poseen más factores que sólo 1 y sí mismo.

Ejemplos: 4, 6, 8, 9, 10, 12, 14, 15, 16, 18…

¿Cómo diferenciar un número primo de un número compuesto?

Reglas de Divisibilidad

Las reglas de divisibilidad son criterios que nos permiten determinar si un número es divisible entre otro sin necesidad de hacer la división.

N°	Descripción	Ejemplo	Explicación
2	Si termina en cifra par.	32	donde 2 es una cifra par
3	Si la suma de sus cifras es múltiplo de 3.	14	15=1+5=6 con 6 múltiplo de 3
4	Si sus dos últimas cifras es 00 ó múltiplo de 4.	64	64 es múltiplo de 4
5	Si termina en 0 ó en 5.	25	25 sí termina en 5
6	Si es divisible por 2 y 3 a la vez.	30	30 es divisible por 2 y es divisible por 3
8	Si sus tres últimas cifras es 000 ó múltiplo de 8.	808	808 es múltiplo de 8
9	Si la suma de sus cifras es múltiplo de 9.	945	945=9+4+5=18 con 18 múltiplo de 9
10	Si termina en 0.	110	110 sí termina en 0

Ejemplo

¿Cuál(es) de son los siguientes números son primos o compuestos?

- 555522 =
- 111111 =
- 654321 =
- 3158438 =
- 8483483 =
- 1352357 =

Ejemplo

¿Cuál(es) de son los siguientes números son primos o compuestos?

- 555522 = Compuesto, múltiplo de 2
- 111111 = Compuesto, múltiplo de 6
- 654321 = Compuesto, múltiplo de 3
- 3158438 = Compuesto, múltiplo de 2
- 8483483 = Primo
- 1352357 = Primo

Mínimo Común Múltiplo (MCM)

En un conjunto de elementos, es el natural menor que sea múltiplo de todos los elementos.

M.C.M (6,8):

6	**8**	:2
3	4	:2
3	2	:2
3	1	:3
1		

$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 = \mathbf{24}$

$M.C.M._{(6,8)} = \mathbf{24}$

El objetivo es que queden solo unos.

Mínimo Común Múltiplo (MCM)

En un conjunto de elementos, es el natural menor que sea múltiplo de todos los elementos.

M.C.M (2,3,6,15):

2	3	6	15	2
1	3	3	15	3
1	1	1	5	5
1	1	1	1	

El m.c.m. = 2 x 2 x 3 x 5

El m.c.m. = 60

M.C.M (5,6,4):

5	6	4	2
5	3	2	2
5	3	1	3
5	1		5
1			

El m.c.m. = 2 x 2 x 3 x 5

El m.c.m. = 60

Mínimo Común Múltiplo (MCM)

En un conjunto de elementos, es el natural menor que sea múltiplo de todos los elementos.

M.C.M (30,40,12,60):

M.C.M (7,13,3):

Conjuntos Numéricos

Mínimo Común Múltiplo (MCM)

En un conjunto de elementos, es el natural menor que sea múltiplo de todos los elementos.

M.C.M (30,40,12,60): 120

M.C.M (7,13,3): 273

Conjuntos Numéricos

Máximo Común Divisor (MCD)

En un conjunto de elementos, es el natural mayor que es divisor de cada uno de ellos.

M.D.M (6,8):

6	**8**	:2
3	4	:3
1	4	:4
	1	

$$M.C.D._{(6,8)} = 2$$

Se seleccionan solo los números que dividan a ambos.

Conjuntos Numéricos

Máximo Común Divisor (MCD)

En un conjunto de elementos, es el natural mayor que es divisor de cada uno de ellos.

M.D.M (80,75,60):

80	75	60	2
40	75	30	2
20	75	15	2
10	75	15	2
5	75	15	3
5	25	5	5
1	5	1	5
	1		

El m.c.d. es 5
porque es el número por el que se dividieron los tres números.

El m.c.d. = 5

M.D.M (450,360):

450	360	2
225	180	2
225	90	2
225	45	3
75	15	3
25	5	5
5	1	5
1		

El m.c.d. es $2 \times 3^2 \times 5$
porque son los números por los que se dividieron los dos números.

El m.c.d. = 90

Máximo Común Divisor (MCD)

En un conjunto de elementos, es el natural mayor que es divisor de cada uno de ellos.

M.D.M (30,40,12,60):

M.D.M (180,345,250):

Máximo Común Divisor (MCD)

En un conjunto de elementos, es el natural mayor que es divisor de cada uno de ellos.

M.D.M (30,40,12,60):   2

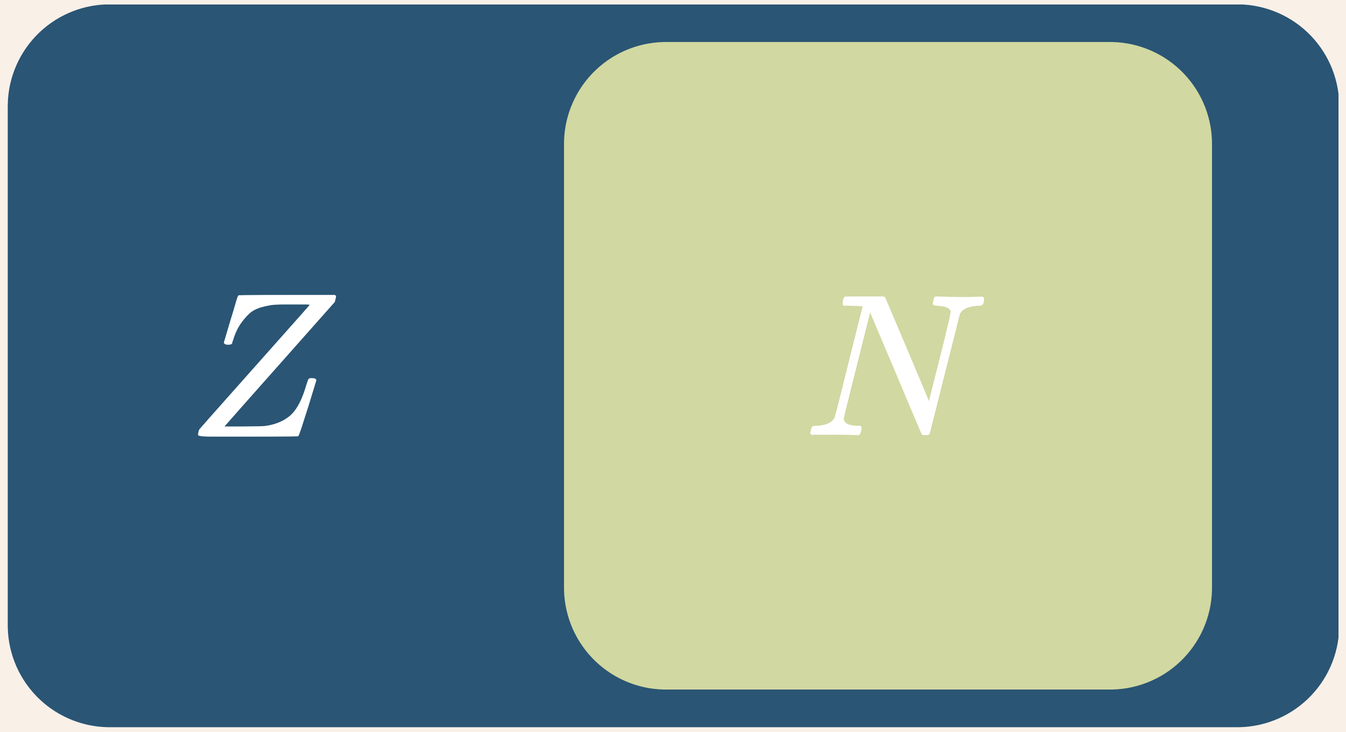
M.D.M (180,345,250): 5

Conjuntos Numéricos

Números Enteros (Z)

Los números enteros son un conjunto numérico que incluye los números naturales, sus opuestos negativos y el cero.

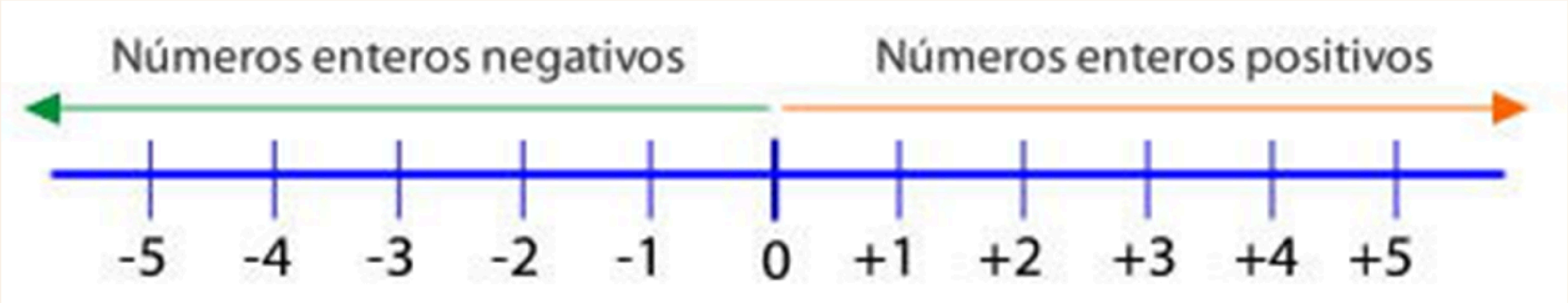
$$-\infty, 1-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \ldots, +\infty$$



Conjuntos Numéricos

Números Enteros (Z)

Los números enteros son un conjunto numérico que incluye los números naturales, sus opuestos negativos y el cero.



Número entero neutro

Conjuntos Numéricos

Números Enteros (Z)

Los números enteros son un conjunto numérico que incluye los números naturales, sus opuestos negativos y el cero.

POSITIVOS

Corresponden a los elementos del conjunto de los naturales.

$$x \in N \Rightarrow x \in Z$$

NEUTRO

El cero "0" es el elemento neutro de la suma en los enteros. También posee la propiedad 0 de la multiplicación.

$$x \in Z \Rightarrow x + 0 = x$$

$$x \in Z \Rightarrow x \times 0 = 0$$

NEGATIVOS

Corresponden a la contraparte de los números naturales. Se le asocia un valor el cual está realizando una resta.

$$-3 \in Z^{-} \Rightarrow -3 = -(3)$$

$$3 \in Z^{+}$$

Números Enteros (Z)

Los números enteros son un conjunto numérico que incluye los números naturales, sus opuestos negativos y el cero.

POSITIVOS

Corresponden a los elementos del conjunto de los naturales.

$$x \in N \Rightarrow x \in Z$$

NEUTRO

El cero “0” es el elemento neutro de la suma en los enteros. También posee la propiedad 0 de la multiplicación.

$$x \in Z \Rightarrow x + 0 = x$$

$$x \in Z \Rightarrow x \times 0 = 0$$

NEGATIVOS

Corresponden a la contraparte de los números naturales. Se le asocia un valor el cual está realizando una resta.

$$-3 \in Z^{-} \Rightarrow -3 = -(3)$$

$$3 \in Z^{+}$$

Números Enteros (Z)

Los números enteros son un conjunto numérico que incluye los números naturales, sus opuestos negativos y el cero.

POSITIVOS

Corresponden a los elementos del conjunto de los naturales.

$$x \in N \Rightarrow x \in Z$$

NEUTRO

El cero "0" es el elemento neutro de la suma en los enteros. También posee la propiedad 0 de la multiplicación.

$$x \in Z \Rightarrow x + 0 = x$$

$$x \in Z \Rightarrow x \times 0 = 0$$

NEGATIVOS

Corresponden a la contraparte de los números naturales. Se le asocia un valor el cual está realizando una resta.

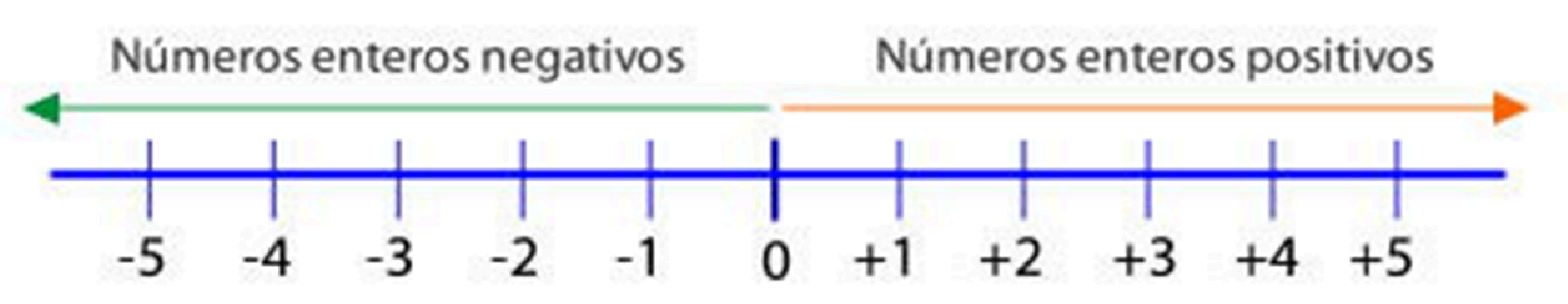
$$-3 \in Z^{-} \Rightarrow -3 = -(3)$$

$$3 \in Z^{+}$$

Conjuntos Numéricos

Antecesor y Sucesor

El **antecesor** de un número natural es aquel que lo precede en la secuencia y se obtiene restando 1. Del mismo modo, el **sucesor** es el número que lo sigue en la secuencia y se obtiene sumando 1.



SUCESOR

$1 \rightarrow 2$

$-5 \rightarrow -4$

ANTECESOR

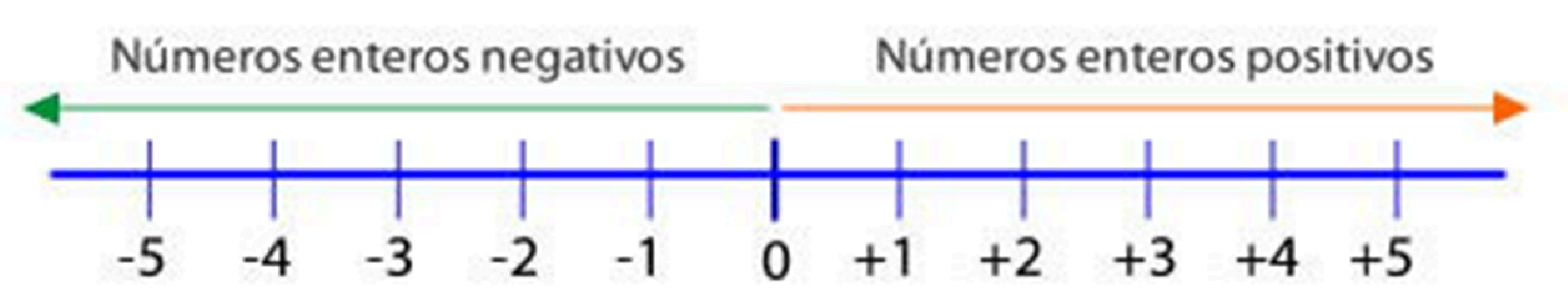
$5 \rightarrow 4$

$-2 \rightarrow -3$

Conjuntos Numéricos

Opuesto

Corresponde al número o elemento, pero con el signo contrario u **opuesto**.



OPUESTO

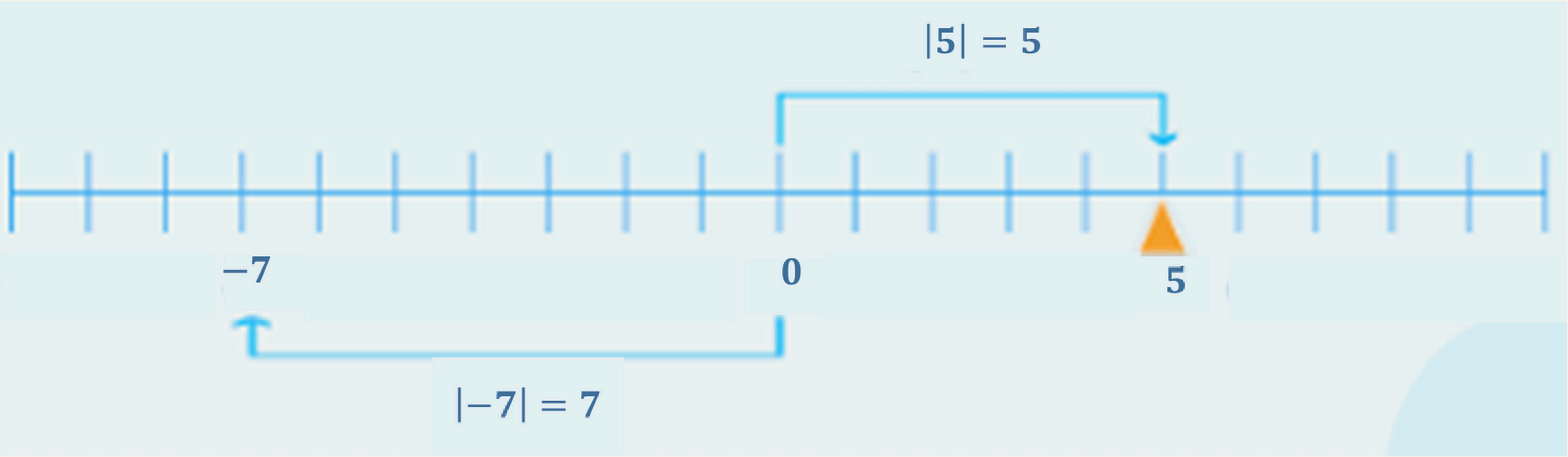
2 → -2

-10 → 10

Conjuntos Numéricos

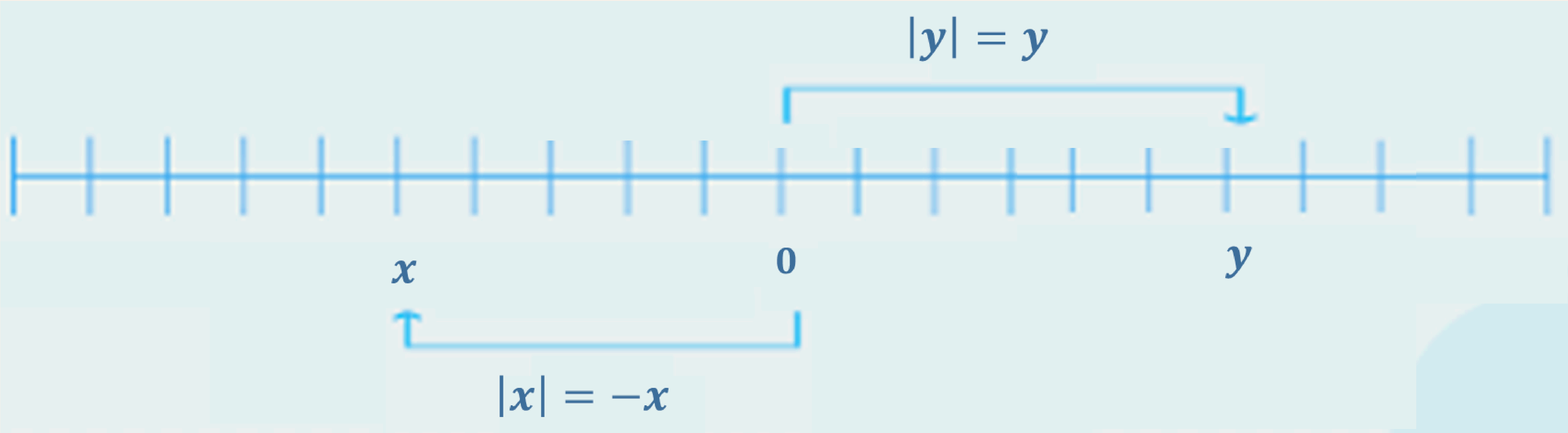
Valor Absoluto

El valor absoluto de un entero x se representa por |x| y corresponde a la distancia (valor no negativo) que existe en la recta numérica entre x (número entero) y el cero.



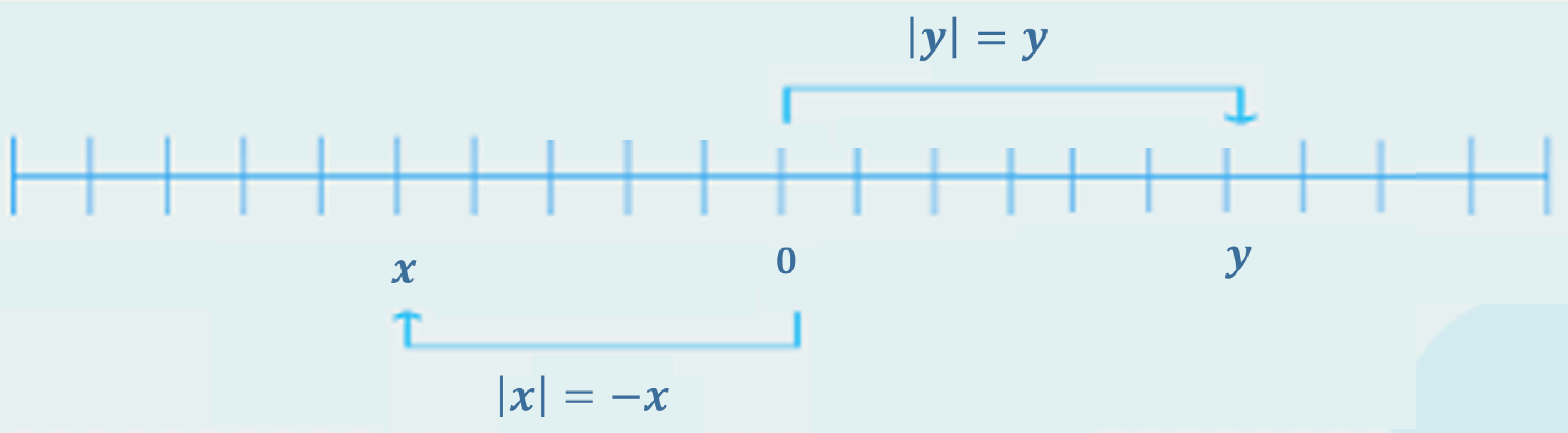
Valor Absoluto

El valor absoluto de un entero x se representa por |x| y corresponde a la distancia (valor no negativo) que existe en la recta numérica entre x (número entero) y el cero.



Valor Absoluto

$$|x| = x \quad si \quad x \geqslant 0$$



$$|x| = -x \quad si \quad x < 0$$

Conjuntos Numéricos

Suma y Resta

Para sumar enteros de igual signo, se suman los valores absolutos y se conserva el signo común.

$$(-5) + (-2) = -(5+2) = -7$$

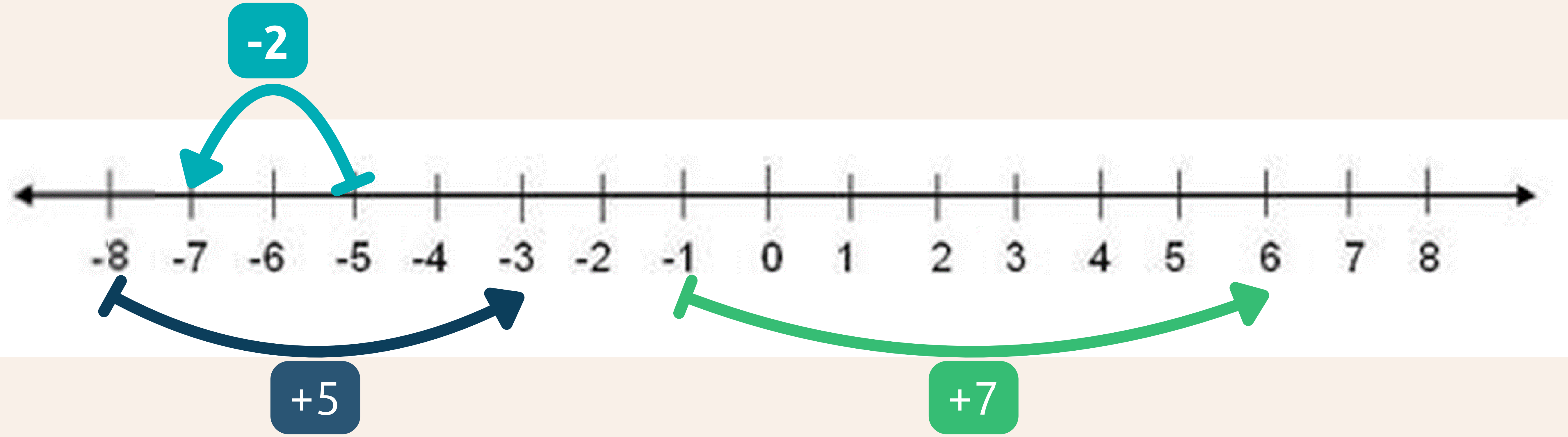
Para sumar valores de distinto signo, se restan los valores absolutos y se conserva el signo del sumando de mayor valor absoluto.

$$(-8) + (5) = -(8-5) = -3$$

Conjuntos Numéricos

Suma y Resta

* $(-5)+(-2)=-(5+2)=-7$
* $(-8)+(5)=-(8-5)=-3$
* $(-1)+(7)=(7-1)=6$



Conjuntos Numéricos

Suma y Resta

$$6 - 5 =$$

$$-8 - 7 =$$

$$-12 - (-15) =$$

Conjuntos Numéricos

Suma y Resta

$$6 - 5 = 6 + (-5) = (6 - 5) = 1$$

$$-8 - 7 = (-8) + (-7) = -(8 + 7) = -15$$

$$-12 - (-15) = -12 + 15 = (15 - 12) = 3$$

Conjuntos Numéricos

Suma y Resta

$$6 - 5 = 6 + (-5) = (6 - 5) = 1$$

$$-8 - 7 = (-8) + (-7) = -(8 + 7) = -15$$

$$-12 - (-15) = -12 + 15 = (15 - 12) = 3$$

Conjuntos Numéricos

Reglas de signo

Las reglas de signos nos indican cómo determinar el signo del resultado al realizar una multiplicación o división con números positivos y negativos.

Multiplicación o División	**Positivo**	**Negativo**
Positivo	Positivo	Negativo
Negativo	Negativo	Positivo

Multiplicación y División:

Positivo × Positivo = Positivo (ej. $2 \times 9 = 18$)

Positivo × Negativo = Negativo (ej. $4 \times -3 = -12$)

Negativo × Positivo= Negativo (ej. $-5 \times 5 = -25$)

Negativo × Negativo = Positivo (ej. $-7 \times -4 = 28$)

Conjuntos Numéricos

Pares e Impares

Pares

Es un número natural n, que se pueda escribir como “n = 2k” con k perteneciente a los naturales.

Ejemplos:
"…, -4, -2, 0, 2, 4, 6, 8, 10, 12, … , $2k$, ($2k$+2), ($2k$+4), … ”

Impares

Es un número natural n, que se pueda escribir como “n = 2k+1” con k perteneciente a los naturales.

Ejemplos:
"…, -3, -1, 1, 3, 5, 7, 9, 11, … , ($2k$-1), ($2k$+1), ($2k$+3), … "

Conjuntos Numéricos

Más Conceptos

PRIMOS Y COMPUESTOS

No aplica

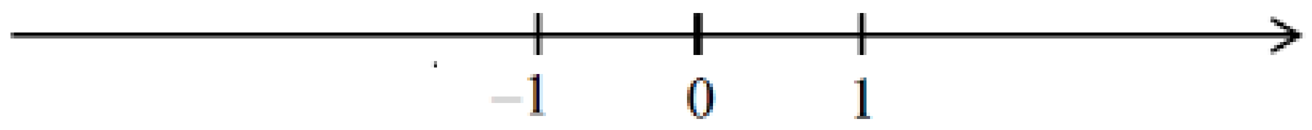
MCM Y MCD

No aplica

¡Muchas gracias por su atención!

Ejemplo

4) Considera la siguiente recta numérica:



¿Cuál de los siguientes procedimientos representa la operación $-5+(-8)$ usando la recta numérica? **[PAES 2025]**

a) Ubicarse en el -5 y desplazarse 8 unidades a la izquierda.
b) Ubicarse en el -5 y desplazarse 8 unidades a la derecha.
c) Ubicarse en el -8 y desplazarse 5 unidades a la derecha.
d) Ubicarse en el -8 y desplazarse 3 unidades a la derecha.

Ejemplo

15) Si m y n son números positivos enteros, tales que m es múltiplo de 6 y n es múltiplo de 10. Entonces, ¿cuál(es) de las siguientes afirmaciones es (son) siempre verdadera(s)?

I) $m + n$ es múltiplo de 16.
II) $m \cdot n$ es múltiplo de 15.
III) El máximo común divisor entre m y n es 2.

a) Solo I
b) Solo II
c) Solo I y II
d) Solo I y III
e) Solo II y III