CLASE N°2:

“Números Racionales”

Objetivos de la clase:

- Operaciones y orden en el conjunto de los números enteros.
- Operaciones y comparación entre números en el conjunto de los números racionales.
- Problemas que involucren el conjunto de los números enteros y racionales en diversos contextos.

Prueba de Acceso a la Educación Superior

Eje de contenidos de M1:

1. Números
2. Probabilidad y Estadística
3. Álgebra y Funciones
4. Geometría

Prueba de Acceso a la Educación Superior

Eje de Números

~~M1~~ ~~NÚMEROS ENTEROS~~

M1 NÚMEROS RACIONALES

M1 PORCENTAJES

M1 POTENCIAS

M1 RAÍCES

Reglas de la clase

RITMO DE LA CLASE

PREGUNTAS EN CLASE

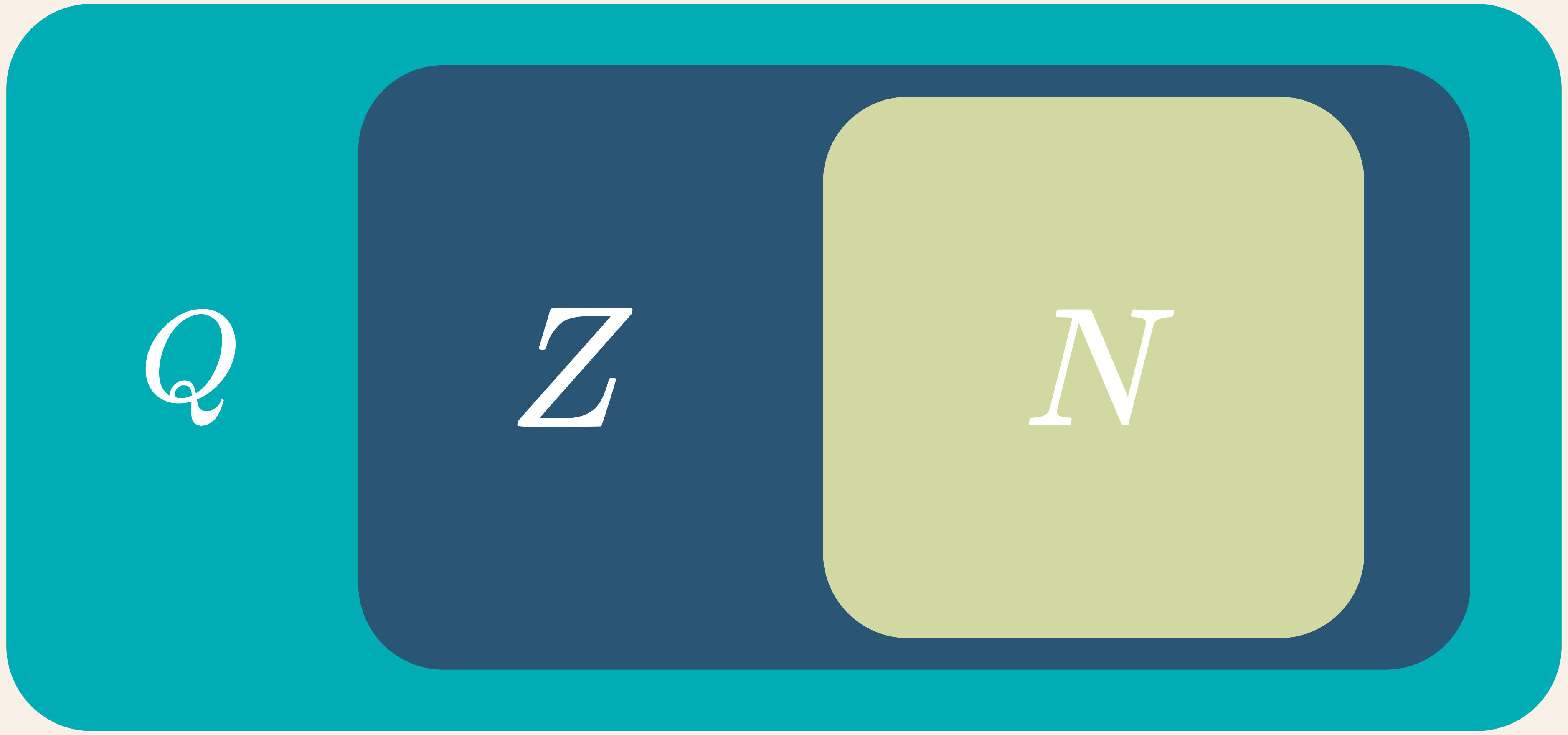
DUDAS AL CORREO

Conjuntos Numéricos

Números Racionales (Q)

Los **números racionales** son aquellos que se pueden expresar como el cociente de dos números enteros, es decir, como una fracción de la forma:

“x es racional si se puede escribir como x=a/b con a y b números enteros y b≠0”



Conjuntos Numéricos

Fracciones

Una fracción (en los racionales) corresponde a la representación de una división de dos números enteros donde a no es necesariamente un múltiplo de b.

FRACCIÓN

$$\frac{a}{b} = a \div b$$

Permite valores entre dos números enteros consecutivos

Fracciones

Una fracción (en los racionales) corresponde a la representación de una división de dos números enteros donde a no es necesariamente un múltiplo de b.

FRACCIÓN

$$\frac{a}{b} = a \div b$$

Permite valores entre dos números enteros consecutivos

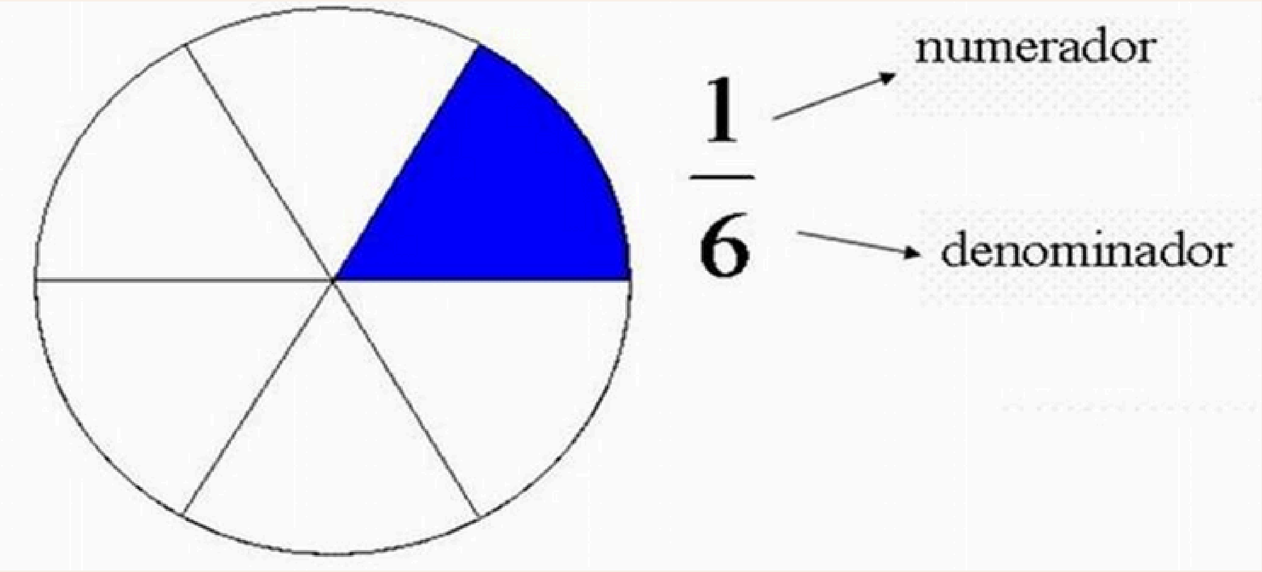
$$\frac{10}{3} = 10 \div 3 \qquad \frac{-1}{15} = -1 \div 15 \qquad \frac{-12}{-8} = -12 \div -8$$

Conjuntos Numéricos

Fracciones

Una fracción (en los racionales) corresponde a la representación de una división de dos números enteros donde a no es necesariamente un múltiplo de b.

$$\begin{array}{r} Numerador \rightarrow \\ Denominador \rightarrow \end{array} \frac{a}{b} = a \div b$$

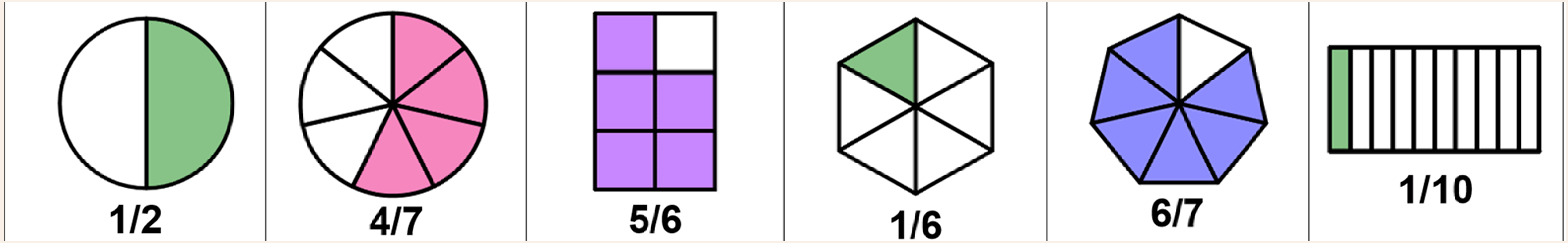


Conjuntos Numéricos

Fracciones

Una fracción (en los racionales) corresponde a la representación de una división de dos números enteros donde a no es necesariamente un múltiplo de b.

$$\begin{array}{r} Numerador \rightarrow \\ Denominador \rightarrow \end{array} \frac{a}{b} = a \div b$$

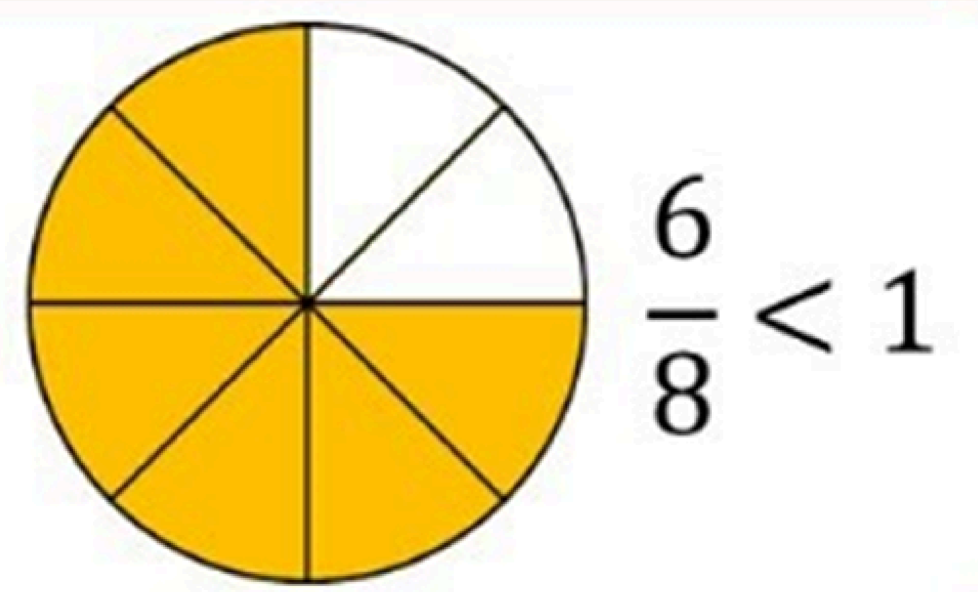


Conjuntos Numéricos

<u>Tipos de fracciones</u>

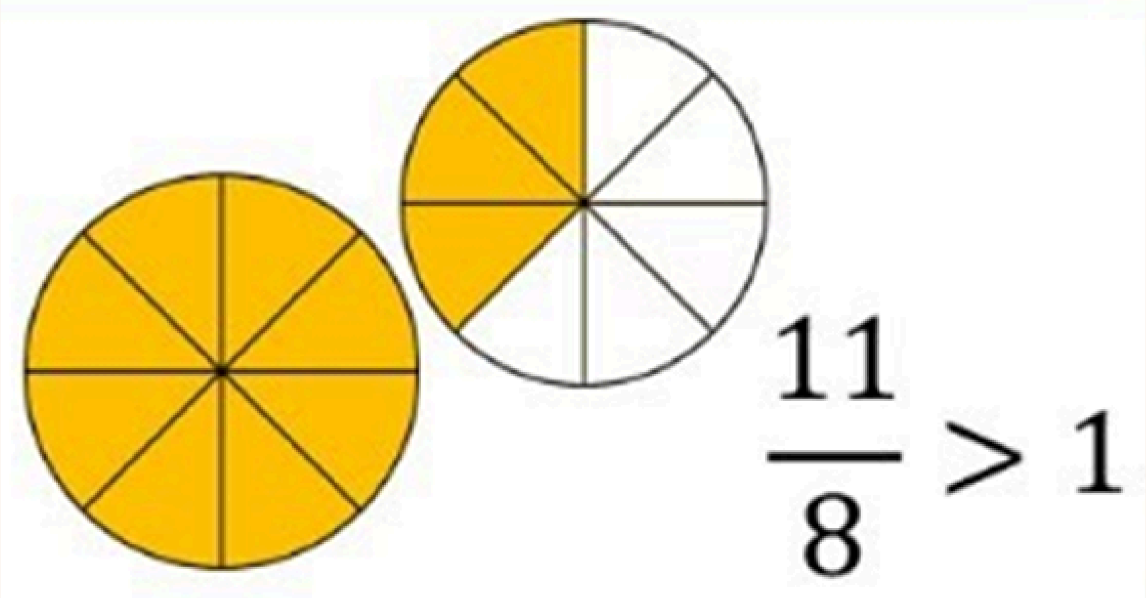
Fracción Propia

El numerador es **menor** que el denominador, por lo tanto, la fracción es **menor que uno**.



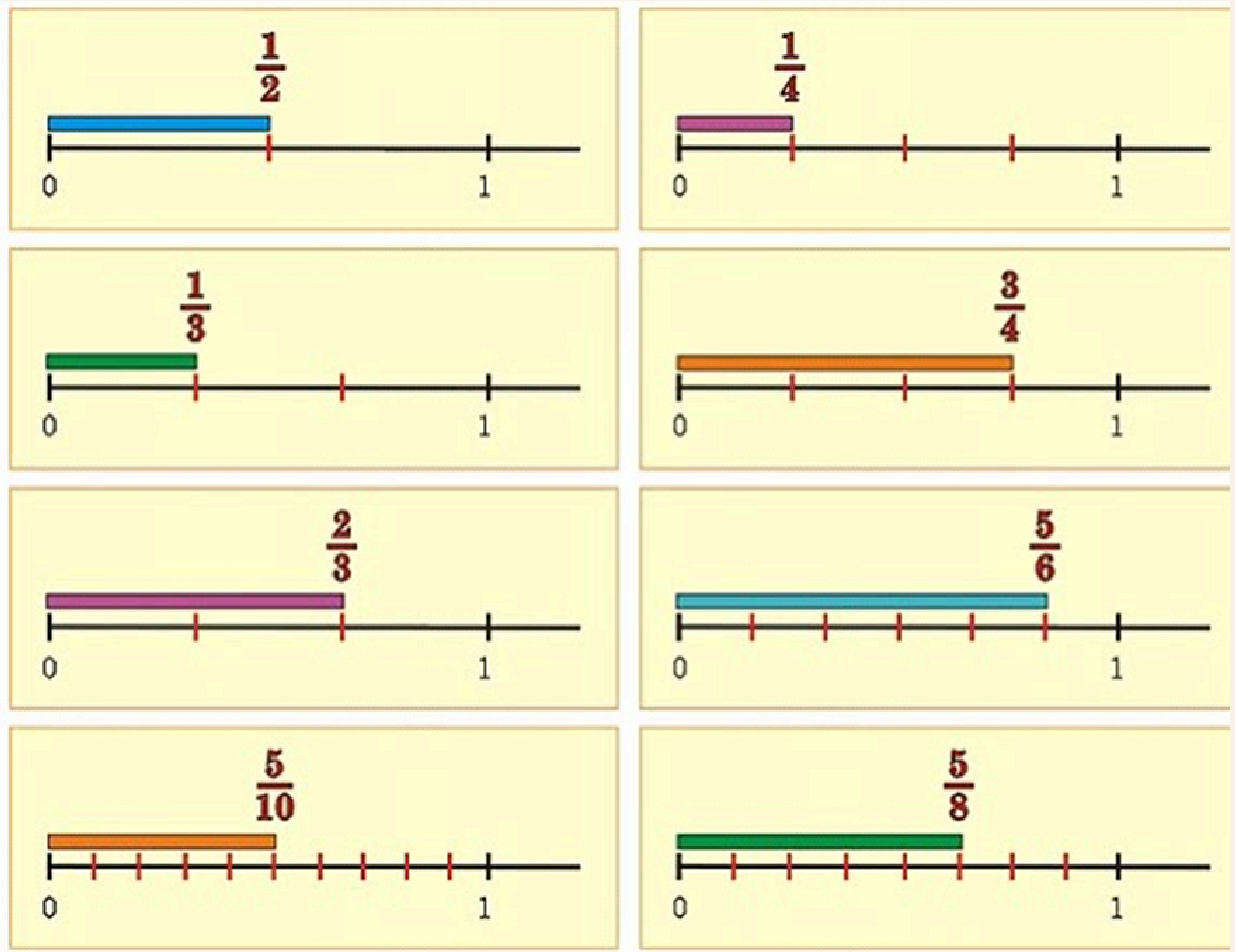
Fracción Impropia

El numerador es **mayor** que el denominador, por lo tanto, la fracción es **mayor que uno**.

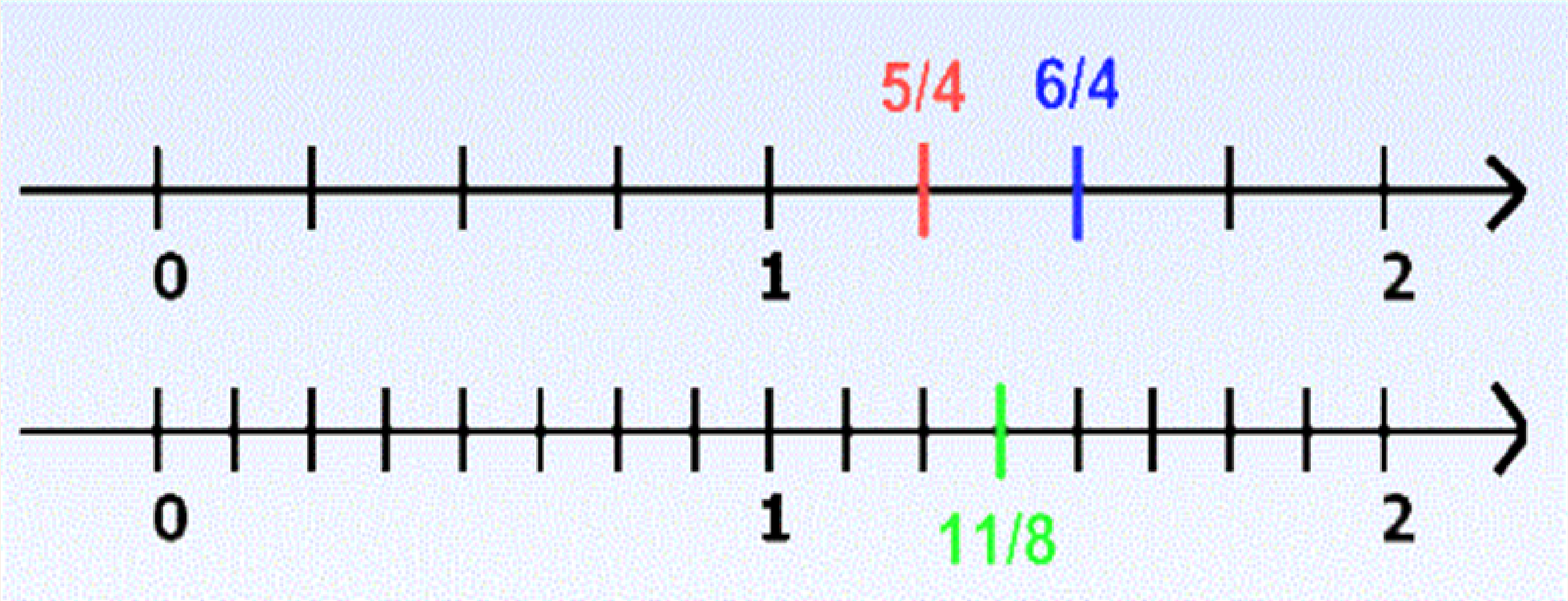


Conjuntos Numéricos

Fracción Propia



Fracción Impropia

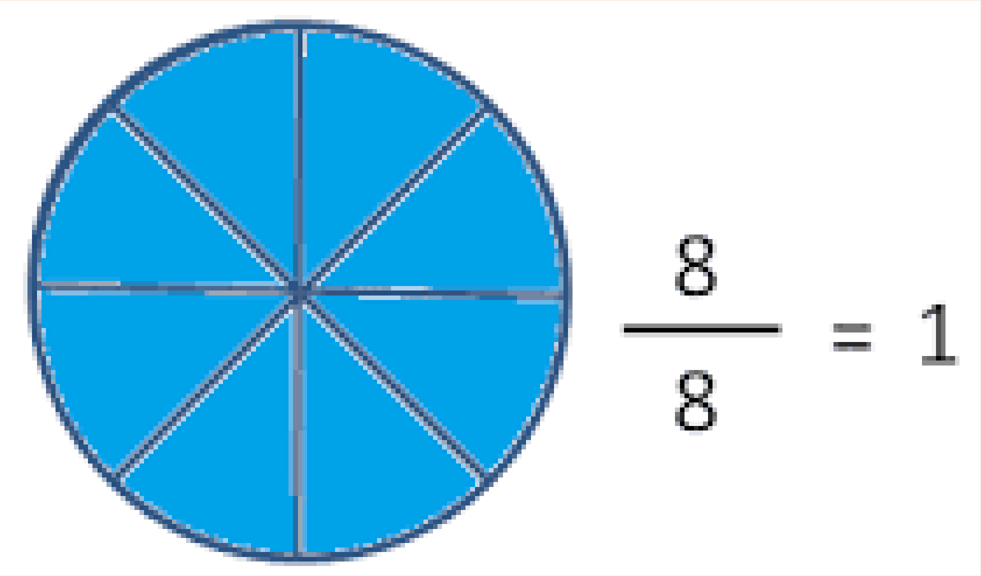


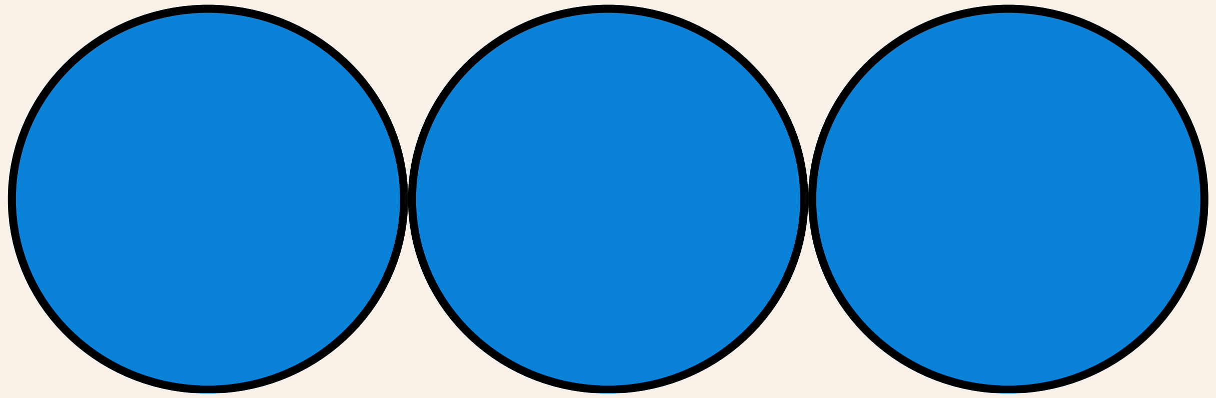
¿Cómo representar a los Naturales y Enteros en los Racionales?

Números Racionales (Q)

Todos los números enteros y naturales se pueden expresar como división con denominador 1 pues 1 es el neutro multiplicativo.

$$n = \frac{n}{1} \qquad -10 = \frac{-10}{1}$$





$$3 = \frac{3}{1}$$

Opuesto e Inverso

Opuesto

Corresponde al número o elemento, pero con el signo contrario u opuesto.

$$\frac{4}{3} \Rightarrow \frac{-4}{3} \qquad \frac{-5}{7} \Rightarrow \frac{5}{7}$$

$$\frac{m}{n} \Rightarrow \frac{-m}{n}$$

Inverso

Corresponde al número o elemento, pero con el numerador y denominador intercambiados.

$$\frac{1}{3} \Rightarrow \frac{3}{1} \qquad -\frac{50}{2} \Rightarrow -\frac{2}{50}$$

$$\frac{m}{n} \Rightarrow \frac{n}{m}$$

¿Cómo representar a los Racionales?

Números Racionales (Q)

Todos los racionales se pueden expresar de dos maneras, como fracción o como decimal. Los números decimales son el resultado (o cociente) de la división de una fracción.

$$\frac{1}{2} = 0.5 \qquad \frac{3}{4} = 0.75 \qquad \frac{1}{3} = 0.\overline{3}$$

La parte antes de la "coma", se le llama parte entera, y la parte posterior, parte decimal.

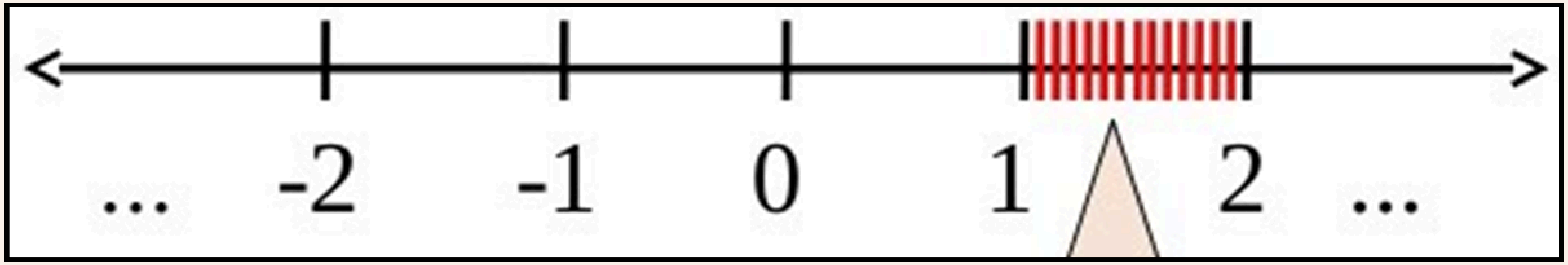
3.1415... → Tres enteros, una décima, cuatro centésimas, una milésima, cinco diezmilésimas...

Propiedad Densidad de los Racionales

Conjuntos Numéricos

Densidad de los Racionales

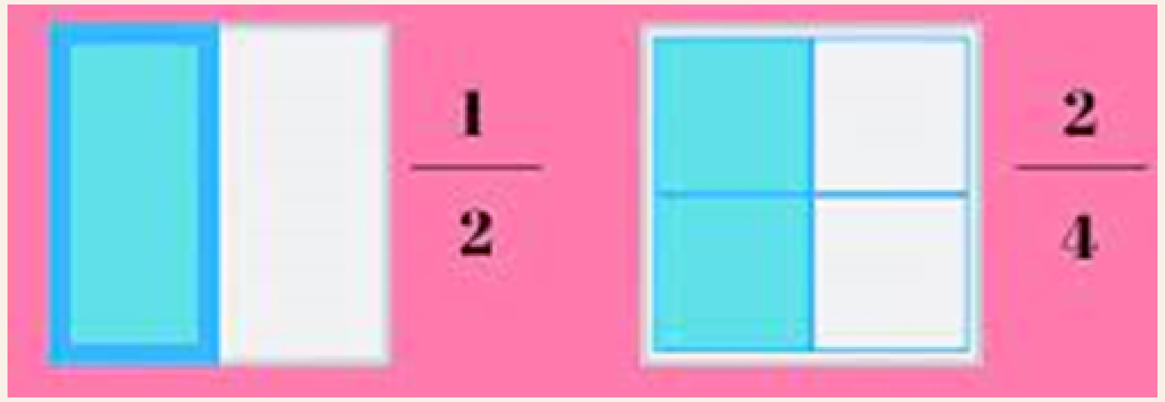
La propiedad de densidad en el conjunto de los números racionales quiere decir, que entre dos números racionales cualesquiera existen infinitos números racionales.

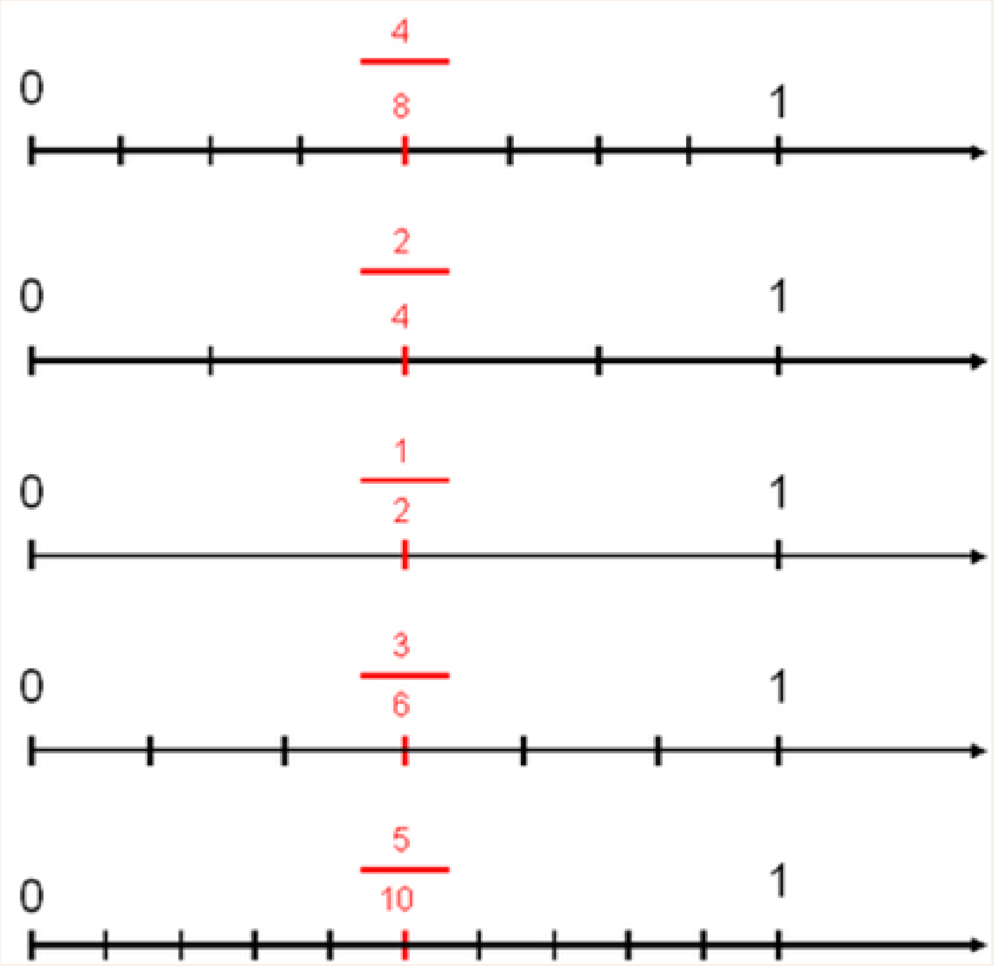


Conjuntos Numéricos

Fracciones Equivalentes

Gracias a la propiedad de densidad en el conjunto de los números racionales y otras más, podemos encontrar fenómenos tales como que algunos elementos son los mismos (o, dicho de otro modo, más de una manera de expresar un mismo número).





Conjuntos Numéricos

Tipos de Decimales

Decimal finito

Que tiene un número limitado de decimales

$$3.789$$

$$0.5$$

Decimal infinito periódico

La parte decimal no termina y se repite una o más cifras en ella.

$$0.333\ldots = 0.\overline{3}$$

$$1.666\ldots = 1.\overline{6}$$

Decimal infinito semiperiódico

La parte decimal no termina y en ella hay cifras que no se repiten periódicamente (anteperíodo) y después, una o más cifras que se repite infinitamente (período).

$$1.2345\overline{6}$$

Transformación de decimal a fracción

Tipos de Decimales

Decimal finito

Se escribe en el numerador el número completo, sin coma, y en el denominador un 1 seguido por tantos ceros como cifras después de la coma.

$$3.7201 = \frac{37201}{10000}$$

Decimal infinito periódico

Se escribe en el numerador la diferencia entre el número completo sin coma y su parte entera y en el denominador tantos nueves como cifras en el periodo.

$$23.\bar{6} = \frac{236 - 23}{9} = \frac{213}{9}$$

Decimal infinito semiperiódico

Se escribe en el numerador la diferencia entre el número completo sin coma y la parte que no se repite y en el denominador tantos nueves como cifras en el periodo seguidos por tantos ceros como cifras que tenga el anteperíodo.

$$7.5\bar{8}\bar{6} = \frac{7586 - 75}{990} = \frac{7511}{990}$$

Ejemplo

Transforma los siguientes decimales en fracciones

- $3.3514 =$

- $7.\overline{645} =$

- $0.12\overline{5}=$

Ejemplo

Transforma los siguientes decimales en fracciones

- $3.3514 = \dfrac{33514}{10000}$
- $7.\overline{645} = \dfrac{7645 - 7}{999} = \dfrac{7638}{999}$
- $0.12\overline{5} = \dfrac{125 - 12}{900} = \dfrac{113}{900}$

Conjuntos Numéricos

Adición y Sustracción

Para poder sumar y restar fracciones, se necesita primero que las fracciones tengan el mismo denominador. Para ello debemos utilizar la amplificación y la simplificación (y buscar el MCM).

Amplificación y Simplificación

No representa ningún cambio al valor del número, pues se está “multiplicando por 1” o “dividiendo en 1”, útilmente.

$$\frac{3}{2} = \frac{3 \cdot 3}{2 \cdot 3} = \frac{9}{6}$$

$$\frac{4}{8} \;\begin{matrix} \div 4 \\ \div 4 \end{matrix}\; \frac{1}{2}$$

Adición y Sustracción

Para poder sumar y restar fracciones, se necesita primero que las fracciones tengan el mismo denominador.

$$\frac{1}{2}+\frac{1}{4}=\frac{1\cdot{}^{4}/_{2}}{4}+\frac{1\cdot{}^{4}/_{4}}{4}=$$

$$=\frac{1\cdot 2}{4}+\frac{1\cdot 1}{4}=$$

$$=\frac{2}{4}+\frac{1}{4}=\frac{3}{4}$$

$$\frac{1}{2}+\frac{2}{3}+\frac{3}{5}=$$

Adición y Sustracción

Para poder sumar y restar fracciones, se necesita primero que las fracciones tengan el mismo denominador.

$$\frac{1}{2}+\frac{1}{4}=\frac{1\cdot{}^{4}/_{2}}{4}+\frac{1\cdot{}^{4}/_{4}}{4}=$$

$$=\frac{1\cdot 2}{4}+\frac{1\cdot 1}{4}=$$

$$=\frac{2}{4}+\frac{1}{4}=\frac{3}{4}$$

$$\frac{1}{2}+\frac{2}{3}+\frac{3}{5}=$$

$$=\frac{15}{30}+\frac{20}{30}+\frac{18}{30}=$$

$$=\frac{53}{30}$$

Adición y Sustracción

Para poder sumar y restar fracciones, se necesita primero que las fracciones tengan el mismo denominador.

$$\frac{1}{2} - \frac{7}{3} - \frac{2}{9} =$$

Adición y Sustracción

Para poder sumar y restar fracciones, se necesita primero que las fracciones tengan el mismo denominador.

$$\frac{1}{2}-\frac{7}{3}-\frac{2}{9}=$$

$$=\frac{9}{18}-\frac{42}{18}-\frac{4}{18}=$$

$$=-\frac{37}{18}$$

Conjuntos Numéricos

Adición y Sustracción

Para poder sumar y restar fracciones, se necesita primero que las fracciones tengan el mismo denominador.

$$\frac{a}{b} \pm \frac{c}{d} = \frac{ad \pm bc}{bd}$$

Multiplicación

La multiplicación de fracciones es lineal, es decir, numerador por numerador y denominador por denominador.

$$\frac{12\cdot 11}{121\cdot 24} = \frac{\cancel{12}\cdot \cancel{11}}{\cancel{11}\cdot 11\cdot \cancel{12}\cdot 2} = \frac{1}{11\cdot 2} = \frac{1}{22}$$

División

La división de fracciones es una multiplicación cruzada, es decir, numerador por denominador y denominador por numerador.

$$\frac{2}{7} : \frac{2}{7} = \frac{2 \cdot 7}{7 \cdot 2} = \frac{14}{14} = 1$$

División

En una fracción de un fracción se multiplican externos con externos e internos con internos.

$$\frac{\frac{3}{4}}{\frac{7}{8}}$$

$$\frac{\frac{3}{4}}{\frac{7}{8}} = \frac{3 \times 8}{4 \times 7}$$

$$\frac{24}{28} = \frac{\cancel{2} \times \cancel{2} \times 2 \times 3}{\cancel{2} \times \cancel{2} \times 7} = \boxed{\frac{6}{7}}$$

¿Existe otra forma de representar Racionales?

Conjuntos Numéricos

Números Mixtos

Se trata de una forma abreviada de representar fracciones impropias.

$$\text{Ejemplo: } 2\frac{3}{8} = 2 + \frac{3}{8} = \frac{2}{1} + \frac{3}{8} = \frac{2\cdot 8 + 3}{8} = \frac{19}{8}$$

$$5\frac{5}{8}$$

Al multiplicarse dan por resultado

$$5 \times 8 = 40$$

Sumandose al resultado el número 5 restante

$$40 + 5 = 45$$

$$\boxed{= \frac{45}{8}}$$

Ejemplo

Transforma los siguientes números mixtos en fracciones:

$$4\frac{5}{13}$$

$$5\frac{7}{9}$$

$$2\frac{4}{11}$$

Ejemplo

Transforma los siguientes números mixtos en fracciones:

$$4\frac{5}{13} = \frac{57}{13}$$

$$5\frac{7}{9} = \frac{52}{9}$$

$$2\frac{4}{11} = \frac{26}{11}$$

Prioridad de las operaciones

Conjuntos Numéricos

Números Mixtos

Útil es recordarlo con la regla nemotécnica (“papomudas”)

PA	Resolver paréntesis interiores
	Resolver paréntesis exteriores
PO	Resolver potencias o raíces
MU-D	Multiplicación y división de izquierda a derecha
A-S	Suma y resta de izquierda a derecha

¡Muchas gracias por su atención!

Ejemplo

¿Cuál es el opuesto de $2\left[2+\frac{3}{4}\right]$?

a) $\frac{11}{2}$

b) $\frac{2}{11}$

c) $\frac{-11}{2}$

d) $\frac{-5}{2}$

e) $-\frac{11}{4}$

Ejemplo

¿Cuál es el opuesto de $2\left[2+\frac{3}{4}\right]$?

a) $\frac{11}{2}$

b) $\frac{2}{11}$

c) $\frac{-11}{2}$

d) $\frac{-5}{2}$

e) $-\frac{11}{4}$

Ejemplo

¿Cuál es el recíproco de $\dfrac{3}{2}+\dfrac{1}{3}-1\dfrac{1}{2}$?

a) $\dfrac{11}{2}$

b) 3

c) $-\dfrac{1}{3}$

d) $-\dfrac{1}{4}$

e) $\dfrac{3}{4}$

Ejemplo

¿Cuál es el recíproco de $\frac{3}{2} + \frac{1}{3} - 1\frac{1}{2}$?

a) $\frac{11}{2}$

b) 3

c) $-\frac{1}{3}$

d) $-\frac{1}{4}$

e) $\frac{3}{4}$

Ejemplo

$$\frac{4}{3}-\frac{5}{6}\times\left(\frac{2}{5}-\frac{-1}{5}\right)=$$

a) $-\dfrac{1}{5}$

b) $\dfrac{3}{20}$

c) $\dfrac{9}{30}$

d) $\dfrac{5}{6}$

e) $\dfrac{13}{12}$

Ejemplo

$$\frac{4}{3} - \frac{5}{6} \times \left(\frac{2}{5} - \frac{-1}{5} \right) =$$

a) $-\dfrac{1}{5}$

b) $\dfrac{3}{20}$

c) $\dfrac{9}{30}$

d) $\dfrac{5}{6}$

e) $\dfrac{13}{12}$

Ejemplo

15) Si m y n son números positivos enteros, tales que m es múltiplo de 6 y n es múltiplo de 10. Entonces, ¿cuál(es) de las siguientes afirmaciones es (son) siempre verdadera(s)?

I) $m + n$ es múltiplo de 16.
II) $m \cdot n$ es múltiplo de 15.
III) El máximo común divisor entre m y n es 2.

a) Solo I
b) Solo II
c) Solo I y II
d) Solo I y III
e) Solo II y III