



CLASE N°1:

“Expresiones Algebraicas”

Objetivos de la clase:

- Productos notables.
- Factorizaciones y desarrollo de expresiones algebraicas.
- Operatoria con expresiones algebraicas.
- Problemas que involucren expresiones algebraicas en diversos contextos.



Eje de contenidos de M2:

1

Álgebra y Funciones

2

Geometría

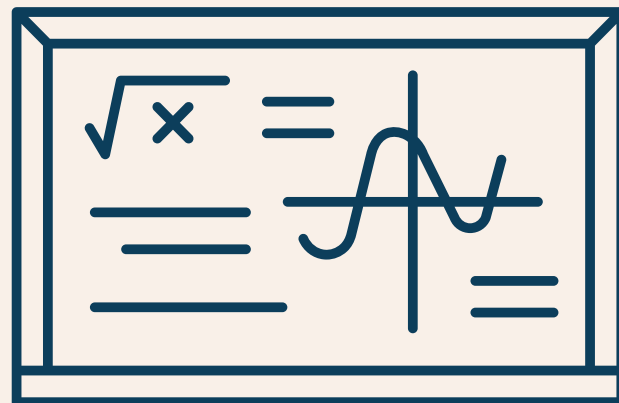
3

Números

4

Probabilidad y Estadística

Eje de Álgebra y Funciones



M2

EXPRESIONES ALGEBRAICAS

M2

ECUACIÓN LINEALES

M2

FUNCIÓN LINEAL Y AFÍN

M2

PROPORCIONALIDAD

M2

SISTEMAS DE ECUACIONES

M2

FUNCIÓN CUADRÁTICA

M2

INECUACIÓN LINEALES

M2

FUNCIÓN POTENCIA

Reglas de la clase



**RITMO DE LA
CLASE**



**PREGUNTAS EN
CLASE**



**DUDAS AL
CORREO**

Expresión Algebraica

Una **expresión algebraica** es una combinación de números, letras (que representan variables) y operadores matemáticos.

$$\frac{(1-x)^3}{3}; 5x^5; 24 + 12b; \sqrt{2x - y}$$

Término Algebraico

Es un conjunto de factores numéricos y literales precedido de un signo “+” y “-”. Al factor numérico se le llama coeficiente del término.

$$-5m^3np^4 = \underbrace{-5}_{\text{Coeficiente}} \underbrace{m^3np^4}_{\text{Parte literal}}$$

Clasificación de Expresiones

Se clasifican según la cantidad de términos algebraicos:

- **Monomio:** tiene solo un término. Ejemplo: $-2ab^2$
- **Binomio:** tiene dos términos. Ejemplo: $5 - 3x$
- **Trinomio:** tiene tres términos. Ejemplo: $3a^6b + 2a^4b^2 - 5$
- **Polinomio:** tiene dos o más términos.

Grado de un término

Corresponde a la suma de los exponentes de las letras de los factores literales de un término algebraico.

Ejemplo: $-\frac{2}{3}m^3n^2p$ Grado: $3 + 2 + 1 = 6$

Reducción de Términos Semejantes

Términos Semejantes: Son términos que tienen el mismo factor literal.

$$\text{Ejemplo: } -\frac{1}{3}xy^2z^3 \text{ y } 4xy^2z^3; 13mny \text{ y } -8mn$$

Reducción de términos semejantes: Consiste en agrupar dos o más términos semejantes en uno solo. La suma de sus coeficientes numéricos es el coeficiente del término único.

$$\text{Ejemplo: } 3mn - 2xy + 15mn + 8xy = \underbrace{(3mn + 15mn)}_{\text{Terminos con } mn} + \underbrace{(-2xy + 8xy)}_{\text{Terminos con } xy} = (3 + 15)mn + (-2 + 8)xy = \boxed{18mn + 6xy}$$

Productos Notables

Productos Notables

Un **producto notable** es una multiplicación algebraica que sigue una regla o patrón especial que permite obtener su resultado de forma directa, sin necesidad de desarrollarla completa paso a paso.

$$1. (x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$$

$$2. (x - y)^2 = x^2 - 2xy + y^2$$

$$3. (x + y) \cdot (x - y) = x^2 - y^2$$

$$4. (x + a)(x + b) = x^2 + x(a + b) + ab$$

$$5. (ax + b)(cx + d) = acx^2 + x(ad + bc) + bd$$

$$6. (x + y)^3 = x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3$$

$$7. (x - y)^3 = x^3 - 3x^2y + 3xy^2 - y^3$$

$$8. (x^2 - xy + y^2)(x + y) = x^3 + y^3$$

$$9. (x^2 + xy + y^2)(x - y) = x^3 - y^3$$

Binomio al Cuadrado

$$1. (x + y)^2 =$$

Binomio al Cuadrado

$$1. (x + y)^2 = (x + y) \cdot (x + y) =$$

Binomio al Cuadrado

$$1. (x + y)^2 = (x + y) \cdot (x + y) = x^2 + xy + yx + y^2 =$$

Binomio al Cuadrado

$$1. (x + y)^2 = (x + y) \cdot (x + y) = x^2 + xy + yx + y^2 = x^2 + 2xy + y^2$$

Binomio al Cuadrado

$$1. (x + y)^2 = (x + y) \cdot (x + y) = x^2 + xy + yx + y^2 = x^2 + 2xy + y^2$$

$$(x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$$

Binomio al Cuadrado

$$1. (x + y)^2 = (x + y) \cdot (x + y) = x^2 + xy + yx + y^2 = x^2 + 2xy + y^2$$

$$(x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$$

$$2. (x - y)^2 =$$

Binomio al Cuadrado

$$1. (x + y)^2 = (x + y) \cdot (x + y) = x^2 + xy + yx + y^2 = x^2 + 2xy + y^2$$

$$(x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$$

$$2. (x - y)^2 = (x - y) \cdot (x - y) =$$

Binomio al Cuadrado

$$1. (x + y)^2 = (x + y) \cdot (x + y) = x^2 + xy + yx + y^2 = x^2 + 2xy + y^2$$

$$(x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$$

$$2. (x - y)^2 = (x - y) \cdot (x - y) = x^2 - xy - yx + y^2 =$$

Binomio al Cuadrado

$$1. (x + y)^2 = (x + y) \cdot (x + y) = x^2 + xy + yx + y^2 = x^2 + 2xy + y^2$$

$$(x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$$

$$2. (x - y)^2 = (x - y) \cdot (x - y) = x^2 - xy - yx + y^2 = x^2 - 2xy + y^2$$

$$(x - y)^2 = x^2 - 2xy + y^2$$

Suma por Diferencia

$$3. (x + y) \cdot (x - y) =$$

Suma por Diferencia

$$3. (x + y) \cdot (x - y) = x^2 - xy + yx - y^2 =$$

Suma por Diferencia

$$3. (x + y) \cdot (x - y) = x^2 - xy + yx - y^2 = x^2 - y^2$$

Suma por Diferencia

$$3. (x + y) \cdot (x - y) = x^2 - xy + yx - y^2 = x^2 - y^2$$

$$(x + y)(x - y) = x^2 - y^2$$

Binomio por Binomio

$$4. (x + a) \cdot (x + b) =$$

Binomio por Binomio

$$4. (x + a) \cdot (x + b) = x^2 + xb + ax + ab =$$

Binomio por Binomio

$$4. (x + a) \cdot (x + b) = x^2 + xb + ax + ab = x^2 + x(a + b) + ab$$

Binomio por Binomio

$$4. (x + a) \cdot (x + b) = x^2 + xb + ax + ab = x^2 + x(a + b) + ab$$

$$(x+a)(x+b) = x^2 + x(a+b) + ab$$

Binomio por Binomio

$$4. (x + a) \cdot (x + b) = x^2 + xb + ax + ab = x^2 + x(a + b) + ab$$

$$(x+a)(x+b) = x^2 + x(a+b) + ab$$

$$5. (ax + b) \cdot (cx + d) =$$

Binomio por Binomio

$$4. (x + a) \cdot (x + b) = x^2 + xb + ax + ab = x^2 + x(a + b) + ab$$

$$(x+a)(x+b) = x^2 + x(a+b) + ab$$

$$5. (ax + b) \cdot (cx + d) = acx^2 + axd + bcx + bd =$$

Binomio por Binomio

$$4. (x + a) \cdot (x + b) = x^2 + xb + ax + ab = x^2 + x(a + b) + ab$$

$$(x+a)(x+b) = x^2 + x(a+b) + ab$$

$$5. (ax + b) \cdot (cx + d) = acx^2 + axd + bcx + bd = acx^2 + x(ad + bc) + bd$$

$$(ax+b)(cx+d) = acx^2 + x(ad+bc) + bd$$

Binomio al Cubo

6. $(x + y)^3 =$

Binomio al Cubo

$$6. \quad (x + y)^3 = (x + y)^2 \cdot (x + y) =$$

Binomio al Cubo

$$6. \quad (x + y)^3 = (x + y)^2 \cdot (x + y) = (x^2 + 2xy + y^2) \cdot (x + y)$$

Binomio al Cubo

$$\begin{aligned} 6. \quad (x + y)^3 &= (x + y)^2 \cdot (x + y) = (x^2 + 2xy + y^2) \cdot (x + y) \\ &= x^3 + x^2y + 2x^2y + 2xy^2 + y^2x + y^3 \end{aligned}$$

Binomio al Cubo

$$\begin{aligned} 6. \quad (x + y)^3 &= (x + y)^2 \cdot (x + y) = (x^2 + 2xy + y^2) \cdot (x + y) \\ &= x^3 + x^2y + 2x^2y + 2xy^2 + y^2x + y^3 \\ &= x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3 \end{aligned}$$

Binomio al Cubo

$$\begin{aligned} 6. \quad (x + y)^3 &= (x + y)^2 \cdot (x + y) = (x^2 + 2xy + y^2) \cdot (x + y) \\ &= x^3 + x^2y + 2x^2y + 2xy^2 + y^2x + y^3 \\ &= x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3 \end{aligned}$$

$$(x + y)^3 = x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3$$

Binomio al Cubo

$$\begin{aligned} 6. \quad (x + y)^3 &= (x + y)^2 \cdot (x + y) = (x^2 + 2xy + y^2) \cdot (x + y) \\ &= x^3 + x^2y + 2x^2y + 2xy^2 + y^2x + y^3 \\ &= x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3 \end{aligned}$$

$$(x + y)^3 = x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3$$

$$7. \quad (x - y)^3 =$$

Binomio al Cubo

$$\begin{aligned} 6. \quad (x + y)^3 &= (x + y)^2 \cdot (x + y) = (x^2 + 2xy + y^2) \cdot (x + y) \\ &= x^3 + x^2y + 2x^2y + 2xy^2 + y^2x + y^3 \\ &= x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3 \end{aligned}$$

$$(x + y)^3 = x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3$$

$$7. \quad (x - y)^3 = (x - y)^2 \cdot (x - y) =$$

Binomio al Cubo

$$\begin{aligned} 6. \quad (x + y)^3 &= (x + y)^2 \cdot (x + y) = (x^2 + 2xy + y^2) \cdot (x + y) \\ &= x^3 + x^2y + 2x^2y + 2xy^2 + y^2x + y^3 \\ &= x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3 \end{aligned}$$

$$(x + y)^3 = x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3$$

$$7. \quad (x - y)^3 = (x - y)^2 \cdot (x - y) = (x^2 - 2xy + y^2) \cdot (x - y)$$

Binomio al Cubo

$$\begin{aligned} 6. \quad (x + y)^3 &= (x + y)^2 \cdot (x + y) = (x^2 + 2xy + y^2) \cdot (x + y) \\ &= x^3 + x^2y + 2x^2y + 2xy^2 + y^2x + y^3 \\ &= x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3 \end{aligned}$$

$$(x + y)^3 = x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3$$

$$\begin{aligned} 7. \quad (x - y)^3 &= (x - y)^2 \cdot (x - y) = (x^2 - 2xy + y^2) \cdot (x - y) \\ &= x^3 - x^2y - 2x^2y + 2xy^2 + y^2x - y^3 \end{aligned}$$

Binomio al Cubo

$$\begin{aligned} 6. \quad (x + y)^3 &= (x + y)^2 \cdot (x + y) = (x^2 + 2xy + y^2) \cdot (x + y) \\ &= x^3 + x^2y + 2x^2y + 2xy^2 + y^2x + y^3 \\ &= x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3 \end{aligned}$$

$$(x + y)^3 = x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3$$

$$\begin{aligned} 7. \quad (x - y)^3 &= (x - y)^2 \cdot (x - y) = (x^2 - 2xy + y^2) \cdot (x - y) \\ &= x^3 - x^2y - 2x^2y + 2xy^2 + y^2x - y^3 \\ &= x^3 - 3x^2y + 3xy^2 - y^3 \end{aligned}$$

$$(x - y)^3 = x^3 - 3x^2y + 3xy^2 - y^3$$

Suma de Cubos

$$8. (x^2 - xy + y^2)(x + y) =$$

Suma de Cubos

$$8. (x^2 - xy + y^2)(x + y) = x^3 + x^2y - x^2y - xy^2 + xy^2 + y^3 =$$

Suma de Cubos

$$8. (x^2 - xy + y^2)(x + y) = x^3 + x^2y - x^2y - xy^2 + xy^2 + y^3 = x^3 + y^3$$

$$(x^2 - xy + y^2)(x + y) = x^3 + y^3$$

Suma de Cubos

$$8. (x^2 - xy + y^2)(x + y) = x^3 + x^2y - x^2y - xy^2 + xy^2 + y^3 = x^3 + y^3$$

$$(x^2 - xy + y^2)(x + y) = x^3 + y^3$$

$$9. (x^2 + xy + y^2)(x - y) =$$

Suma de Cubos

$$8. (x^2 - xy + y^2)(x + y) = x^3 + x^2y - x^2y - xy^2 + xy^2 + y^3 = x^3 + y^3$$

$$(x^2 - xy + y^2)(x + y) = x^3 + y^3$$

$$9. (x^2 + xy + y^2)(x - y) = x^3 - x^2y + x^2y - xy^2 + xy^2 - y^3 =$$

Suma de Cubos

$$8. (x^2 - xy + y^2)(x + y) = x^3 + x^2y - x^2y - xy^2 + xy^2 + y^3 = x^3 + y^3$$

$$(x^2 - xy + y^2)(x + y) = x^3 + y^3$$

$$9. (x^2 + xy + y^2)(x - y) = x^3 - x^2y + x^2y - xy^2 + xy^2 - y^3 = x^3 - y^3$$

$$(x^2 + xy + y^2)(x - y) = x^3 - y^3$$

Factorización

Factorización

La **factorización** es el proceso de descomponer una expresión algebraica en el producto de factores más simples, que al multiplicarse nuevamente dan la expresión original.

1. Factor Monomio Común.

$$1. \quad mx - my + mz = m(x - y + z)$$

$$2. \quad 3^x - 3^{x-2} + 4 \cdot 3^{x-2} = 3^{x-2}(3^2 - 1 + 4)$$

2. Mediante Agrupaciones.

$$1. \quad ab + a + cd + c = a(b + 1) + c(b + 1) = (b + 1)(a + c)$$

3. Productos Notables.

$$1. \quad 1 - 2x + x^2 = (1 - x)^2$$

4. Factorización por Signo.

$$1. \quad -x^2 + 2x - 1 = -(x - 1)^2$$

5. Casos Combinados.

$$1. \quad x^4 - 2x^3 - x^2 + 2x = x(x - 2)(x + 1)(x - 1)$$

6. Extensión Suma por Diferencia.

$$1. \quad a - b = (\sqrt{a} + \sqrt{b})(\sqrt{a} - \sqrt{b})$$

Factor Monomio Común

1. $mx - my + mz - m =$

Factor Monomio Común

$$\begin{aligned} 1. \quad mx - my + mz - m &= \\ &= (m \cdot x) - (m \cdot y) + (m \cdot z) - (m \cdot 1) \end{aligned}$$

Factor Monomio Común

$$1. \quad mx - my + mz - m =$$

$$= (m \cdot x) - (m \cdot y) + (m \cdot z) - (m \cdot 1)$$

$$= m(x - y + z - 1)$$

Factor Monomio Común

$$2. \quad 3^x - 3^{x-2} + 4 \cdot 3^{x-2} =$$

Factor Monomio Común

$$\begin{aligned} 2. \quad 3^x - 3^{x-2} + 4 \cdot 3^{x-2} &= \\ &= (3^{x-2} \cdot 3^2) - (3^{x-2} \cdot 1) + (4 \cdot 3^{x-2}) \end{aligned}$$

Factor Monomio Común

$$\begin{aligned} 2. \quad 3^x - 3^{x-2} + 4 \cdot 3^{x-2} &= \\ &= (3^{x-2} \cdot 3^2) - (3^{x-2} \cdot 1) + (4 \cdot 3^{x-2}) \\ &= 3^{x-2} \cdot (3^2 - 1 + 4) \end{aligned}$$

Factor Monomio Común

$$\begin{aligned} 2. \quad 3^x - 3^{x-2} + 4 \cdot 3^{x-2} &= \\ &= (3^{x-2} \cdot 3^2) - (3^{x-2} \cdot 1) + (4 \cdot 3^{x-2}) \\ &= 3^{x-2} \cdot (3^2 - 1 + 4) \\ &= 3^{x-2} \cdot 12 \end{aligned}$$

Mediante Agrupaciones

1. $ab + a + cb + c =$

Mediante Agrupaciones

$$\begin{aligned} 1. \quad ab + a + cb + c &= \\ &= (ab + a) + (cb + c) \end{aligned}$$

Mediante Agrupaciones

$$1. \quad ab + a + cb + c =$$

$$= (ab + a) + (cb + c)$$

$$= a(b + 1) + c(b + 1)$$

Mediante Agrupaciones

$$\begin{aligned} 1. \quad ab + a + cb + c &= \\ &= (ab + a) + (cb + c) \\ &= a(b + 1) + c(b + 1) \\ &= (b + 1)(a + c) \end{aligned}$$

Mediante Agrupaciones

$$\begin{aligned} 1. \quad ab + a + cb + c &= \\ &= (ab + a) + (cb + c) = (ab + cb) + (a + c) \\ &= a(b + 1) + c(b + 1) \\ &= (a + c)(b + 1) \end{aligned}$$

Mediante Agrupaciones

$$1. \quad ab + a + cb + c =$$

$$= (ab + a) + (cb + c) = (ab + cb) + (a + c)$$

$$= a(b + 1) + c(b + 1) = b(a + c) + (a + c)$$

$$= (a + c)(b + 1)$$

Mediante Agrupaciones

$$1. \quad ab + a + cb + c =$$

$$= (ab + a) + (cb + c) = (ab + cb) + (a + c)$$

$$= a(b + 1) + c(b + 1) = b(a + c) + (a + c)$$

$$= (a + c)(b + 1) \qquad = b(a + c) + 1 \cdot (a + c)$$

Mediante Agrupaciones

$$1. \quad ab + a + cb + c =$$

$$= (ab + a) + (cb + c) = (ab + cb) + (a + c)$$

$$= a(b + 1) + c(b + 1) = b(a + c) + (a + c)$$

$$= (a + c)(b + 1) \qquad = b(a + c) + 1 \cdot (a + c)$$

$$= (a + c)(b + 1)$$

Productos Notables

$$1. \ x^2 - 2x + 1 = (x - 1)^2$$

$$2. \ 1 - 2x + x^2 = (1 - x)^2$$

Factorización por Signo

$$1. -5x + 3y = -(5x - 3y)$$

$$2. -x^2 + 2x - 1 = -(x^2 - 2x + 1) = -(x - 1)^2$$

Casos Combinados

$$1. x^4 - 2x^3 - x^2 + 2x =$$

Casos Combinados

$$1. \ x^4 - 2x^3 - x^2 + 2x = x(x^3 - 2x^2 - x + 2)$$

Casos Combinados

$$\begin{aligned} 1. \quad x^4 - 2x^3 - x^2 + 2x &= x(x^3 - 2x^2 - x + 2) \\ &= x[(x^3 - 2x^2) + (-x + 2)] \end{aligned}$$

Casos Combinados

$$\begin{aligned} 1. \quad x^4 - 2x^3 - x^2 + 2x &= x(x^3 - 2x^2 - x + 2) \\ &= x[(x^3 - 2x^2) + (-x + 2)] \\ &= x[x^2(x - 2) + (-1)(x - 2)] \end{aligned}$$

Casos Combinados

$$\begin{aligned} 1. \quad x^4 - 2x^3 - x^2 + 2x &= x(x^3 - 2x^2 - x + 2) \\ &= x[(x^3 - 2x^2) + (-x + 2)] \\ &= x[x^2(x - 2) + (-1)(x - 2)] \\ &= x[(x^2 - 1) \cdot (x - 2)] \end{aligned}$$

Casos Combinados

$$\begin{aligned} 1. \quad x^4 - 2x^3 - x^2 + 2x &= x(x^3 - 2x^2 - x + 2) \\ &= x[(x^3 - 2x^2) + (-x + 2)] \\ &= x[x^2(x - 2) + (-1)(x - 2)] \\ &= x[(x^2 - 1) \cdot (x - 2)] \\ &= x[(x + 1) \cdot (x - 1) \cdot (x - 2)] \end{aligned}$$

Suma por Diferencia (Raíz)

$$1. \mathbf{a - b = (\sqrt{a})^2 - (\sqrt{b})^2 = (\sqrt{a} + \sqrt{b})(\sqrt{a} - \sqrt{b})}$$

Ejemplo



La expresión $(a^2+b^2)^2 - (2ab)^2$ factorizada corresponde a:

I. $(a^2+b^2 - 2ab)^2$

II. $(a^2+b^2)^2 (a^2-b^2)^2$

III. $(a^2-b^2)^2$

- a) Solo I.
- b) Solo II.
- c) Solo III.
- d) Solo I y III.
- e) Solo II y III.

Ejemplo



La expresión $(a^2+b^2)^2 - (2ab)^2$ factorizada corresponde a:

- I. $(a^2+b^2 - 2ab)^2$
- II. $(a^2+b^2)^2 (a^2-b^2)^2$
- III. $(a^2-b^2)^2$

- a) Solo I.
- b) Solo II.
- c) Solo III.
- d) Solo I y III.
- e) Solo II y III.

Ejemplo



$$(a^2 + b^2)^2 - (2ab)^2$$

Ejemplo



$$(a^2 + b^2)^2 - (2ab)^2$$

$$((a^2 + b^2) + (2ab)) \cdot ((a^2 + b^2) - (2ab))$$

Utilizamos Suma
por su diferencia

Ejemplo



$$(a^2 + b^2)^2 - (2ab)^2$$

Utilizamos Suma
por su diferencia

$$((a^2 + b^2) + (2ab)) \cdot ((a^2 + b^2) - (2ab))$$

Reordenamos
las sumas

$$(a^2 + 2ab + b^2) \cdot (a^2 - 2ab + b^2)$$

Ejemplo



$$(a^2 + b^2)^2 - (2ab)^2$$

Utilizamos Suma
por su diferencia

$$((a^2 + b^2) + (2ab)) \cdot ((a^2 + b^2) - (2ab))$$

Reordenamos
las sumas

$$(a^2 + 2ab + b^2) \cdot (a^2 - 2ab + b^2)$$

Utilizamos Binomios
al cuadrado

$$(a + b)^2 \cdot (a - b)^2$$

Ejemplo



$$(a^2 + b^2)^2 - (2ab)^2$$

Utilizamos Suma por su diferencia

$$((a^2 + b^2) + (2ab)) \cdot ((a^2 + b^2) - (2ab))$$

Reordenamos las sumas

$$(a^2 + 2ab + b^2) \cdot (a^2 - 2ab + b^2)$$

Utilizamos Binomios al cuadrado

$$(a + b)^2 \cdot (a - b)^2$$

Utilizamos Suma por su diferencia

$$(a^2 - b^2)^2$$

Ejemplo



$$(a^2 + b^2)^2 - (2ab)^2$$

Utilizamos Suma por su diferencia

$$((a^2 + b^2) + (2ab)) \cdot ((a^2 + b^2) - (2ab))$$

Reordenamos las sumas

$$(a^2 + 2ab + b^2) \cdot (a^2 - 2ab + b^2)$$

Utilizamos Binomios al cuadrado

$$(a + b)^2 \cdot (a - b)^2$$

Utilizamos Suma por su diferencia

$$(a^2 - b^2)^2$$

Respuesta
e) Solo II y III



**¡Muchas gracias
por su atención!**

Ejemplo



31) Si $(m - n)^2 = 10mn$, entonces $(m + n)^2 =$

a) $14mn$

b) $4mn$

c) $-10mn$

d) $-12mn$

e) Falta información para determinarlo.

Ejemplo



33) Si n y p son números naturales y $S = 2^{2n} - 4^{p+n}$ ¿cuál(es) de las siguientes expresiones es (son) siempre equivalente(s) a S ?

I) $2(1^{2n} - 2^{p+n})$.

II) $4^n(1 - 2^p)(1 + 2^p)$.

III) $(2^n - 2^{p+n})^2$.

- a) Solo I
- b) Solo II
- c) Solo III
- d) Solo I y II
- e) Solo II y III