



**CLASE N°2:**

# “Fracciones Algebraicas”

Objetivos de la clase:

- Productos notables.
- Factorizaciones y desarrollo de expresiones algebraicas.
- Operatoria con expresiones algebraicas.
- Problemas que involucren expresiones algebraicas en diversos contextos.



## Eje de contenidos de M2:

1

Álgebra y Funciones

2

Geometría

3

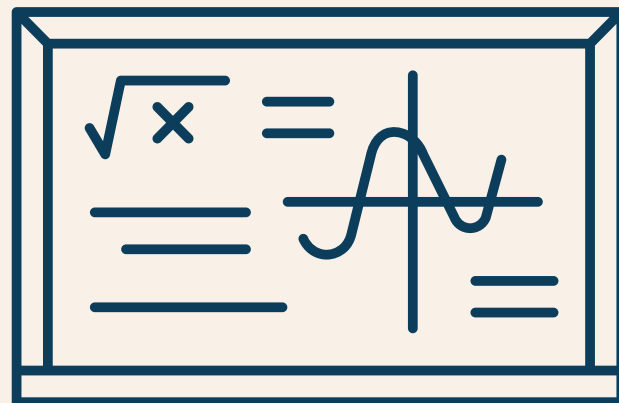
Números

4

Probabilidad y Estadística

## Eje de Álgebra y Funciones

---



**M2**

EXPRESIONES ALGEBRAICAS

M2

ECUACIÓN LINEALES

M2

FUNCIÓN LINEAL Y AFÍN

M2

PROPORCIONALIDAD

M2

SISTEMAS DE ECUACIONES

M2

FUNCIÓN CUADRÁTICA

M2

INECUACIÓN LINEALES

M2

FUNCIÓNES POTENCIAS

M2

FUNCIÓN TRIGONOMÉTRICA

# Reglas de la clase



**RITMO DE LA  
CLASE**



**PREGUNTAS EN  
CLASE**



**DUDAS AL  
CORREO**

## Expresión Algebraica

Una **expresión algebraica** es una combinación de números, letras (que representan variables) y operadores matemáticos.

$$\frac{(1-x)^3}{3}; 5x^5; 24 + 12b; \sqrt{2x - y}$$

## Clasificación de Expresiones

Se clasifican según la cantidad de términos algebraicos:

- **Monomio:** tiene solo un término. Ejemplo:  $-2ab^2$
- **Binomio:** tiene dos términos. Ejemplo:  $5 - 3x$
- **Trinomio:** tiene tres términos. Ejemplo:  $3a^6b + 2a^4b^2 - 5$
- **Polinomio:** tiene dos o más términos.

## Grado de un término

Corresponde a la suma de los exponentes de las letras de los factores literales de un término algebraico.

$$\text{Ejemplo: } -\frac{2}{3}m^3n^2p \quad \text{Grado: } 3 + 2 + 1 = 6$$

## Reducción de Términos Semejantes

**Términos Semejantes:** Son términos que tienen el mismo factor literal.

$$\text{Ejemplo: } -\frac{1}{3}xy^2z^3 \text{ y } 4xy^2z^3; 13mny \text{ y } -8mn$$

**Reducción de términos semejantes:** Consiste en agrupar dos o más términos semejantes en uno solo. La suma de sus coeficientes numéricos es el coeficiente del término único.

$$\text{Ejemplo: } 3mn - 2xy + 15mn + 8xy = \underbrace{(3mn + 15mn)}_{\text{Terminos con } mn} + \underbrace{(-2xy + 8xy)}_{\text{Terminos con } xy} = (3 + 15)mn + (-2 + 8)xy = \boxed{18mn + 6xy}$$

# Productos Notables

## Productos Notables

Un **producto notable** es una multiplicación algebraica que sigue una regla o patrón especial que permite obtener su resultado de forma directa, sin necesidad de desarrollarla completa paso a paso.

$$1. (x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$$

$$2. (x - y)^2 = x^2 - 2xy + y^2$$

$$3. (x + y) \cdot (x - y) = x^2 - y^2$$

$$4. (x + a)(x + b) = x^2 + x(a + b) + ab$$

$$5. (ax + b)(cx + d) = acx^2 + x(ad + bc) + bd$$

$$6. (x + y)^3 = x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3$$

$$7. (x - y)^3 = x^3 - 3x^2y + 3xy^2 - y^3$$

$$8. (x^2 - xy + y^2)(x + y) = x^3 + y^3$$

$$9. (x^2 + xy + y^2)(x - y) = x^3 - y^3$$

# Factorización

## Factorización

La **factorización** es el proceso de descomponer una expresión algebraica en el producto de factores más simples, que al multiplicarse nuevamente dan la expresión original.

### 1. Factor Monomio Común.

$$1. \quad mx - my + mz = m(x - y + z)$$

$$2. \quad 3^x - 3^{x-2} + 4 \cdot 3^{x-2} = 3^{x-2}(3^2 - 1 + 4)$$

### 2. Mediante Agrupaciones.

$$1. \quad ab + a + cd + c = a(b + 1) + c(b + 1) = (b + 1)(a + c)$$

### 3. Productos Notables.

$$1. \quad 1 - 2x + x^2 = (1 - x)^2$$

### 4. Factorización por Signo.

$$1. \quad -x^2 + 2x - 1 = -(x - 1)^2$$

### 5. Casos Combinados.

$$1. \quad x^4 - 2x^3 - x^2 + 2x = x(x - 2)(x + 1)(x - 1)$$

### 6. Extensión Suma por Diferencia.

$$1. \quad a - b = (\sqrt{a} + \sqrt{b})(\sqrt{a} - \sqrt{b})$$

# Fracciones Algebraicas

## Fracciones Algebraicas

Una **fracción algebraica** es una expresión que representa el cociente entre dos expresiones algebraicas, es decir, una división donde el numerador y/o el denominador contienen variables. Los productos notables y la factorización se ocupan frecuentemente al operar con fracciones algebraicas.

$$\text{Ejemplo: } \frac{P(x)}{Q(x)} = \frac{(x + 3)}{(x^2 - 2x - 15)}$$

## Fracciones Algebraicas

Una **fracción algebraica** es una expresión que representa el cociente entre dos expresiones algebraicas, es decir, una división donde el numerador y/o el denominador contienen variables. Los productos notables y la factorización se ocupan frecuentemente al operar con fracciones algebraicas.

$$\text{Ejemplo: } \frac{P(x)}{Q(x)} = \frac{(x+3)}{(x^2 - 2x - 15)} = \frac{(x+3)}{(x-5)(x+3)}$$

## Fracciones Algebraicas

Una **fracción algebraica** es una expresión que representa el cociente entre dos expresiones algebraicas, es decir, una división donde el numerador y/o el denominador contienen variables. Los productos notables y la factorización se ocupan frecuentemente al operar con fracciones algebraicas.

$$\text{Ejemplo: } \frac{P(x)}{Q(x)} = \frac{(x+3)}{(x^2-2x-15)} = \frac{(x+3)}{(x-5)(x+3)} = \frac{1}{(x-5)}$$

## Fracciones Algebraicas

Una **fracción algebraica** es una expresión que representa el cociente entre dos expresiones algebraicas, es decir, una división donde el numerador y/o el denominador contienen variables. Los productos notables y la factorización se ocupan frecuentemente al operar con fracciones algebraicas.

$$\text{Ejemplo: } \frac{P(x)}{Q(x)} = \frac{(x+3)}{(x^2-2x-15)} = \frac{(x+3)}{(x-5)(x+3)} = \frac{1}{(x-5)}$$

**Observación:** al trabajar con fracciones algebraicas hay que tener en cuenta los valores que **NO** pueden tomar las variables. En este ejemplo, la variable  $x$  no puede tomar los valores 5 y -3 pues ellos hacen cero el denominador, dejando indefinido el valor de la fracción.

# Simplificación

## Simplificación

Una fracción se considera simplificada cuando no hay factores en común entre numerador y denominador.

$$\text{Ejemplo: } \frac{P(x)}{Q(x)} = \frac{3x}{4x^2 - 5ax}$$

## Simplificación

Una fracción se considera simplificada cuando no hay factores en común entre numerador y denominador.

$$\text{Ejemplo: } \frac{P(x)}{Q(x)} = \frac{3x}{4x^2 - 5ax} = \frac{3x}{x(4x - 5a)}$$

## Simplificación

Una fracción se considera simplificada cuando no hay factores en común entre numerador y denominador.

$$\text{Ejemplo: } \frac{P(x)}{Q(x)} = \frac{3x}{4x^2 - 5ax} = \frac{3x}{x(4x - 5a)} = \frac{3}{(4x - 5a)}$$

## Simplificación

Una fracción se considera simplificada cuando no hay factores en común entre numerador y denominador.

$$\text{Ejemplo: } \frac{P(x)}{Q(x)} = \frac{3x}{4x^2 - 5ax} = \frac{3x}{x(4x - 5a)} = \frac{3}{(4x - 5a)}$$

$$\text{Para todo } x \neq \frac{5a}{4}$$

# Multiplicación y División

## Multiplicación y División

Operamos del mismo modo que las fracciones aritméticas, es decir, si  $A$ ,  $B$ ,  $C$  y  $D$  son expresiones algebraicas entonces:

$$\text{Ejemplo: } \frac{A}{B} \times \frac{C}{D} = \frac{A \times C}{B \times D} \quad \text{y} \quad \frac{A}{B} \div \frac{C}{D} = \frac{A \times D}{B \times C}$$

# Ejemplo



- Realizar la siguiente multiplicación:

$$\frac{ab - b^2}{b^3 - ab^2} \cdot \frac{ab + b}{a^3 - a^2b} =$$

# Ejemplo



- Realizar la siguiente multiplicación:

$$\frac{ab - b^2}{b^3 - ab^2} \cdot \frac{ab + b}{a^3 - a^2b} =$$
$$= \frac{b(a - b)}{b^2(b - a)} \cdot \frac{b(a + 1)}{a^2(a - b)}$$

# Ejemplo



- Realizar la siguiente multiplicación:

$$\begin{aligned}\frac{ab - b^2}{b^3 - ab^2} \cdot \frac{ab + b}{a^3 - a^2b} &= \\ &= \frac{b(a - b)}{b^2(b - a)} \cdot \frac{b(a + 1)}{a^2(a - b)} \\ &= \frac{1}{(b - a)} \cdot \frac{(a + 1)}{a^2}\end{aligned}$$

# Ejemplo



- Realizar la siguiente multiplicación:

$$\begin{aligned} \frac{ab - b^2}{b^3 - ab^2} \cdot \frac{ab + b}{a^3 - a^2b} &= \\ &= \frac{b(a - b)}{b^2(b - a)} \cdot \frac{b(a + 1)}{a^2(a - b)} \\ &= \frac{1}{(b - a)} \cdot \frac{(a + 1)}{a^2} \\ &= \frac{(a + 1)}{a^2(b - a)} \end{aligned}$$

# Ejemplo



- Realizar la siguiente división:

$$\frac{x^3}{x+1} \div \frac{x}{x^2+2x+1} =$$

# Ejemplo



- Realizar la siguiente división:

$$\frac{x^3}{x+1} \div \frac{x}{x^2+2x+1} =$$
$$= \frac{x^3}{x+1} \cdot \frac{x^2+2x+1}{x}$$

# Ejemplo



- Realizar la siguiente división:

$$\begin{aligned}\frac{x^3}{x+1} \div \frac{x}{x^2+2x+1} &= \\ &= \frac{x^3}{x+1} \cdot \frac{x^2+2x+1}{x} \\ &= \frac{x^3}{x+1} \cdot \frac{(x+1)^2}{x}\end{aligned}$$

# Ejemplo



- Realizar la siguiente división:

$$\begin{aligned}\frac{x^3}{x+1} \div \frac{x}{x^2+2x+1} &= \\ &= \frac{x^3}{x+1} \cdot \frac{x^2+2x+1}{x} \\ &= \frac{x^3}{x+1} \cdot \frac{(x+1)^2}{x} \\ &= x^2 \cdot (x+1)\end{aligned}$$

# Adición y Sustracción

## Adición y Sustracción

Si las fracciones tienen el mismo denominador, se suman (o restan) los numeradores y se conserva el denominador común:

$$\text{Ejemplo: } \frac{A}{B} \pm \frac{C}{D} = \frac{A \times D \pm C \times B}{B \times D}$$

# Ejemplo



- Realizar la siguiente adición:

$$\frac{x}{1-x} + \frac{1}{x-1} =$$

# Ejemplo



- Realizar la siguiente adición:

$$\frac{x}{1-x} + \frac{1}{x-1} =$$
$$= \frac{x}{1-x} + \frac{1 \cdot (-1)}{(x-1)(-1)}$$

# Ejemplo



- Realizar la siguiente adición:

$$\begin{aligned}\frac{x}{1-x} + \frac{1}{x-1} &= \\ &= \frac{x}{1-x} + \frac{1 \cdot (-1)}{(x-1)(-1)} \\ &= \frac{x}{1-x} + \frac{-1}{1-x}\end{aligned}$$

# Ejemplo



- Realizar la siguiente adición:

$$\begin{aligned}\frac{x}{1-x} + \frac{1}{x-1} &= \\ &= \frac{x}{1-x} + \frac{1 \cdot (-1)}{(x-1)(-1)} \\ &= \frac{x}{1-x} + \frac{-1}{1-x} \\ &= \frac{x-1}{1-x}\end{aligned}$$

# Ejemplo



- Realizar la siguiente adición:

$$\begin{aligned}\frac{x}{1-x} + \frac{1}{x-1} &= \\ &= \frac{x}{1-x} + \frac{1 \cdot (-1)}{(x-1)(-1)} \\ &= \frac{x}{1-x} + \frac{-1}{1-x} \\ &= \frac{x-1}{1-x} \\ &= \frac{(-1)(1-x)}{1-x}\end{aligned}$$

# Ejemplo



- Realizar la siguiente adición:

$$\begin{aligned}\frac{x}{1-x} + \frac{1}{x-1} &= \\ &= \frac{x}{1-x} + \frac{1 \cdot (-1)}{(x-1)(-1)} \\ &= \frac{x}{1-x} + \frac{-1}{1-x} \\ &= \frac{x-1}{1-x} \\ &= \frac{(-1)(1-x)}{1-x} = -1\end{aligned}$$

# Ejemplo



Para  $P = \frac{-3a^2 + 6ab - 3b^2}{b-a}$ , con  $a \neq b$ , ambos no nulos, ¿cuál(es) de las siguientes expresiones es (son) factor(es) o divisor(es) de P?

*I.* 3

*II.*  $(b - a)$

*III.*  $(a - b)^2$

- a) Solo I.
- b) Solo III.
- c) Solo I y II.
- d) Solo II y III.
- e) I, II y III.

# Ejemplo



Para  $P = \frac{-3a^2 + 6ab - 3b^2}{b-a}$ , con  $a \neq b$ , ambos no nulos, ¿cuál(es) de las siguientes expresiones es (son) factor(es) o divisor(es) de P?

*I.* 3

*II.*  $(b - a)$

*III.*  $(a - b)^2$

a) Solo I.

b) Solo III.

c) Solo I y II.

d) Solo II y III.

e) I, II y III.

# Ejemplo



$$\frac{-3a^2 + 6ab - 3b^2}{b - a}$$

# Ejemplo



$$\frac{-3a^2 + 6ab - 3b^2}{b - a}$$

$$\frac{-3(a^2 - 2ab + b^2)}{b - a}$$

Factorizamos  
el numerador

# Ejemplo



Utilizamos el producto notable de binomio cuadrado

$$\frac{-3a^2 + 6ab - 3b^2}{b - a}$$

$$\frac{-3(a^2 - 2ab + b^2)}{b - a}$$

$$\frac{-3(a - b)^2}{b - a}$$

Factorizamos el numerador

# Ejemplo



Utilizamos el producto notable de binomio cuadrado

$$\frac{-3a^2 + 6ab - 3b^2}{b - a}$$

Factorizamos el numerador

$$\frac{-3(a^2 - 2ab + b^2)}{b - a}$$

$$\frac{-3(a - b)^2}{b - a}$$

Factorizamos el denominador

$$\frac{-3(a - b)^2}{-(a - b)}$$

# Ejemplo



$$\frac{-3a^2 + 6ab - 3b^2}{b - a}$$

Factorizamos el numerador

$$\frac{-3(a^2 - 2ab + b^2)}{b - a}$$

Utilizamos el producto notable de binomio cuadrado

$$\frac{-3(a - b)^2}{b - a}$$

Factorizamos el denominador

$$\frac{-3(a - b)^2}{-(a - b)}$$

Simplificamos los factores comunes

$$3(a - b)$$

# Ejemplo



$$\frac{-3a^2 + 6ab - 3b^2}{b - a}$$

Factorizamos el numerador

$$\frac{-3(a^2 - 2ab + b^2)}{b - a}$$

Utilizamos el producto notable de binomio cuadrado

$$\frac{-3(a - b)^2}{b - a}$$

Factorizamos el denominador

$$\frac{-3(a - b)^2}{-(a - b)}$$

Simplificamos los factores comunes

$$3(a - b)$$

Reordenamos para tener más claro los factores

$$\boxed{-3(b - a)}$$

# Ejemplo



$$\frac{-3a^2 + 6ab - 3b^2}{b - a}$$

Factorizamos el numerador

$$\frac{-3(a^2 - 2ab + b^2)}{b - a}$$

Utilizamos el producto notable de binomio cuadrado

$$\frac{-3(a - b)^2}{b - a}$$

Factorizamos el denominador

$$\frac{-3(a - b)^2}{-(a - b)}$$

Simplificamos los factores comunes

$$3(a - b)$$

Reordenamos para tener más claro los factores

$$\boxed{-3(b - a)}$$

Respuesta  
c) Solo I y II



**¡Muchas gracias  
por su atención!**

# Ejemplo



31) Si  $(m - n)^2 = 10mn$ , entonces  $(m + n)^2 =$

- a)  $14mn$
- b)  $4mn$
- c)  $-10mn$
- d)  $-12mn$
- e) Falta información para determinarlo.

# Ejemplo



33) Si  $n$  y  $p$  son números naturales y  $S = 2^{2n} - 4^{p+n}$  ¿cuál(es) de las siguientes expresiones es (son) siempre equivalente(s) a  $S$ ?

I)  $2(1^{2n} - 2^{p+n})$ .

II)  $4^n(1 - 2^p)(1 + 2^p)$ .

III)  $(2^n - 2^{p+n})^2$ .

- a) Solo I
- b) Solo II
- c) Solo III
- d) Solo I y II
- e) Solo II y III

# Ejemplo



La expresión  $(a^2+b^2)^2 - (2ab)^2$  factorizada corresponde a:

- I.  $(a^2+b^2 - 2ab)^2$
- II.  $(a+b)^2(a-b)^2$
- III.  $(a^2-b^2)^2$

- a) Solo I.
- b) Solo II.
- c) Solo III.
- d) Solo I y III.
- e) Solo II y III.

# Ejemplo



La expresión  $(a^2+b^2)^2 - (2ab)^2$  factorizada corresponde a:

- I.  $(a^2+b^2 - 2ab)^2$
- II.  $(a+b)^2(a-b)^2$
- III.  $(a^2-b^2)^2$

- a) Solo I.
- b) Solo II.
- c) Solo III.
- d) Solo I y III.
- e) Solo II y III.

# Ejemplo



$$(a^2 + b^2)^2 - (2ab)^2$$

# Ejemplo



$$(a^2 + b^2)^2 - (2ab)^2$$

$$((a^2 + b^2) + (2ab)) \cdot ((a^2 + b^2) - (2ab))$$

Utilizamos Suma  
por su diferencia

# Ejemplo



$$(a^2 + b^2)^2 - (2ab)^2$$

Utilizamos Suma  
por su diferencia

$$((a^2 + b^2) + (2ab)) \cdot ((a^2 + b^2) - (2ab))$$

Reordenamos  
las sumas

$$(a^2 + 2ab + b^2) \cdot (a^2 - 2ab + b^2)$$

# Ejemplo



$$(a^2 + b^2)^2 - (2ab)^2$$

Utilizamos Suma  
por su diferencia

$$((a^2 + b^2) + (2ab)) \cdot ((a^2 + b^2) - (2ab))$$

Reordenamos  
las sumas

$$(a^2 + 2ab + b^2) \cdot (a^2 - 2ab + b^2)$$

Utilizamos Binomios  
al cuadrado

$$(a + b)^2 \cdot (a - b)^2$$

# Ejemplo



$$(a^2 + b^2)^2 - (2ab)^2$$

Utilizamos Suma por su diferencia

$$((a^2 + b^2) + (2ab)) \cdot ((a^2 + b^2) - (2ab))$$

Reordenamos las sumas

$$(a^2 + 2ab + b^2) \cdot (a^2 - 2ab + b^2)$$

Utilizamos Binomios al cuadrado

$$(a + b)^2 \cdot (a - b)^2$$

Utilizamos Suma por su diferencia

$$(a^2 - b^2)^2$$

# Ejemplo



$$(a^2 + b^2)^2 - (2ab)^2$$

Utilizamos Suma por su diferencia

$$((a^2 + b^2) + (2ab)) \cdot ((a^2 + b^2) - (2ab))$$

Reordenamos las sumas

$$(a^2 + 2ab + b^2) \cdot (a^2 - 2ab + b^2)$$

Utilizamos Binomios al cuadrado

$$(a + b)^2 \cdot (a - b)^2$$

Utilizamos Suma por su diferencia

$$(a^2 - b^2)^2$$

Respuesta  
e) Solo II y III