



CLASE N°5:

“Proporcionalidad”

Objetivos de la clase:

- Concepto de proporción directa e inversa con sus diferentes representaciones.
- Problemas que involucren proporción directa e inversa en diversos contextos.



Prueba de Acceso a la Educación Superior



Eje de contenidos de M2:

1

Álgebra y Funciones

2

Geometría

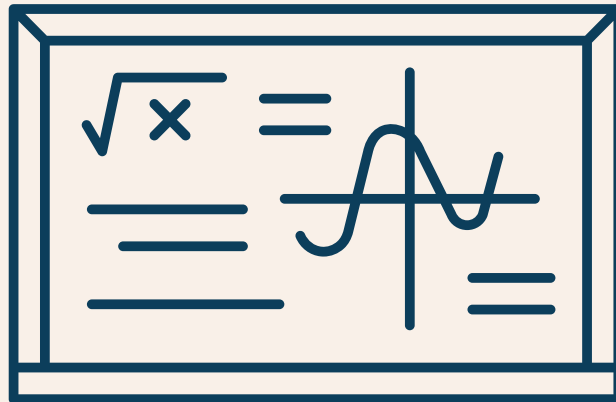
3

Números

4

Probabilidad y Estadística

Eje de Álgebra y Funciones



~~M2~~

~~EXPRESIONES ALGEBRAICAS~~

~~M2~~

~~ECUACIÓN LINEALES~~

~~M2~~

~~FUNCIÓN LINEAL Y AFÍN~~

M2

PROPORCIONALIDAD

M2

SISTEMAS DE ECUACIONES

M2

FUNCIÓN CUADRÁTICA

M2

INECUACIÓN LINEALES

M2

FUNCIÓNES POTENCIAS

M2

FUNCIÓN TRIGONOMÉTRICA

Reglas de la clase



**RITMO DE LA
CLASE**



**PREGUNTAS EN
CLASE**



**DUDAS AL
CORREO**

Razones

Razón

Una razón es el cociente entre dos reales. Una razón es similar a un racional, por tanto, se pueden amplificar o simplificar.

$$\frac{a}{b} = a : b$$

La razón $a : b$ se lee “ a es a b ”.

Ejemplo “Razones”

Si en un cine hay 800 adultos y 400 niños, entonces podemos escribir:

$$\frac{\text{adultos}}{\text{niños}} = \frac{800}{400}$$

$$\frac{\text{adultos}}{\text{niños}} = \frac{2}{1}$$

Ahora decimos que la cantidad de adultos son a la de los niños como 2 es a 1.

Aunque suele escribirse primero la cantidad menor, por lo tanto, los niños están a una razón de 1:2 con respecto a los adultos.

Proporciones

Proporciones

Una **Proporción** es una igualdad entre dos o más razones. También se escribe como $a : b = c : d$, de esta forma de escribir es que **a** y **c** se llaman **extremos**, **b** y **d** se llaman **medios**.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow a : b = c : d$$

La razón $a : b = c : d$ se lee como “a es a b como c es a d”

Ejemplo “Proporciones”

Si 5 libros cuestan \$100, ¿cuánto cuestan 8 libros?

$$\frac{5}{\$100} = \frac{8}{x}$$

$$\frac{5}{\$100} = \frac{8}{x} \Rightarrow x = \frac{8 \times \$100}{5} = \$160$$

Ahora decimos que si 5 libros cuestan \$100, 8 libros cuestan \$160.

Tipos de Proporcionalidades

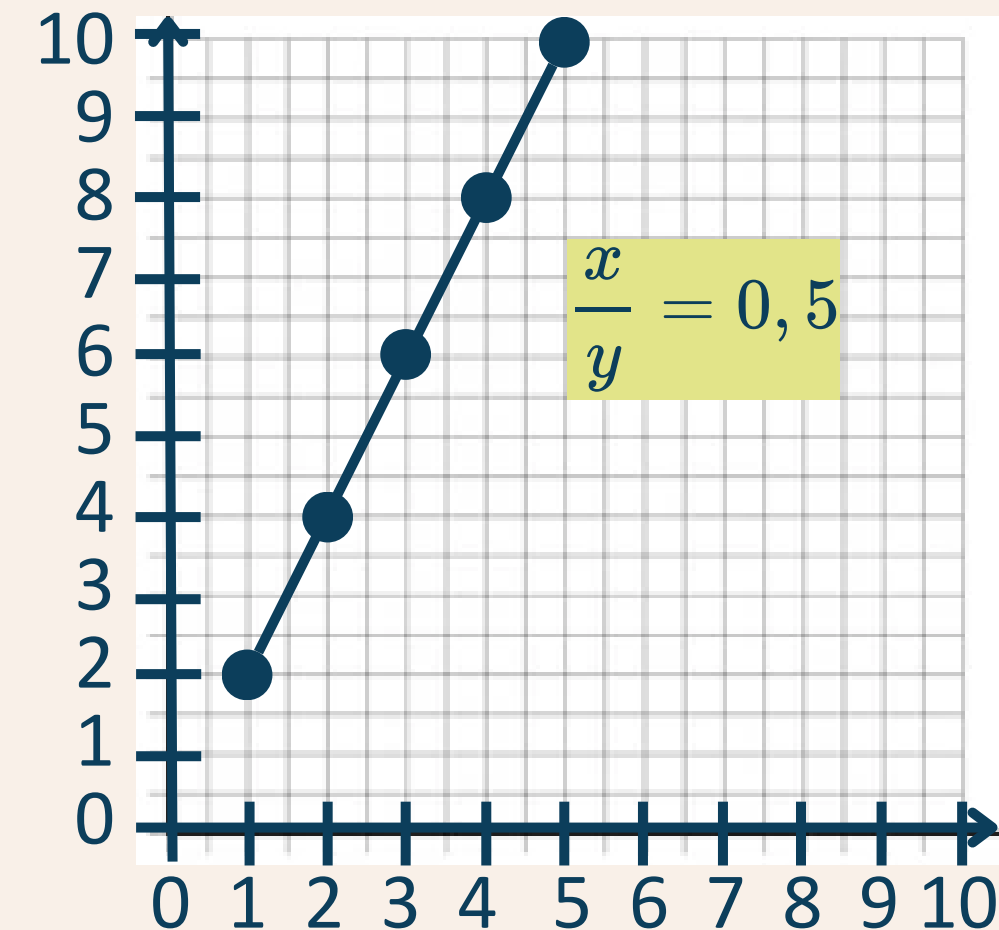
Proporcionalidad Directa

Se dice que dos cantidades son directamente proporcionales cuando el **cociente** entre ellas es constante. La gráfica de dos cantidades directamente proporcionales es una recta que comienza en el origen.

$$\frac{x}{y} = k$$

x	y
1	2
2	4
3	6
4	8
5	10

Si aumenta x, aumenta y
en la misma proporción.



Ejemplo



- Si 3 kilos de manzanas cuestan \$750, entonces, ¿cuánto cuestan 5 kilos?

Ejemplo



- Si 3 kilos de manzanas cuestan \$750, entonces, ¿cuánto cuestan 5 kilos?

3 kilos $\longrightarrow$ \$750

5 kilos $\longrightarrow$ \$ x

Ejemplo



- Si 3 kilos de manzanas cuestan \$750, entonces, ¿cuánto cuestan 5 kilos?

3 kilos $\longrightarrow$ \$750

5 kilos $\longrightarrow$ \$ x

Proporcionalidad Directa

Ejemplo



- Si 3 kilos de manzanas cuestan \$750, entonces, ¿cuánto cuestan 5 kilos?

3 kilos $\longrightarrow$ \$750

5 kilos $\longrightarrow$ \$ x

Proporcionalidad Directa

$$\frac{3}{750} = \frac{5}{x}$$

Ejemplo



- Si 3 kilos de manzanas cuestan \$750, entonces, ¿cuánto cuestan 5 kilos?

3 kilos $\longrightarrow$ \$750

5 kilos $\longrightarrow$ \$ x

Proporcionalidad Directa

$$\frac{3}{750} = \frac{5}{x}$$

$$x = \frac{750 \cdot 5}{3}$$

Ejemplo



- Si 3 kilos de manzanas cuestan \$750, entonces, ¿cuánto cuestan 5 kilos?

3 kilos $\longrightarrow$ \$750

5 kilos $\longrightarrow$ \$ x

Proporcionalidad Directa

$$\frac{3}{750} = \frac{5}{x}$$

$$x = \frac{750 \cdot 5}{3}$$

$$x = \$ 1250$$

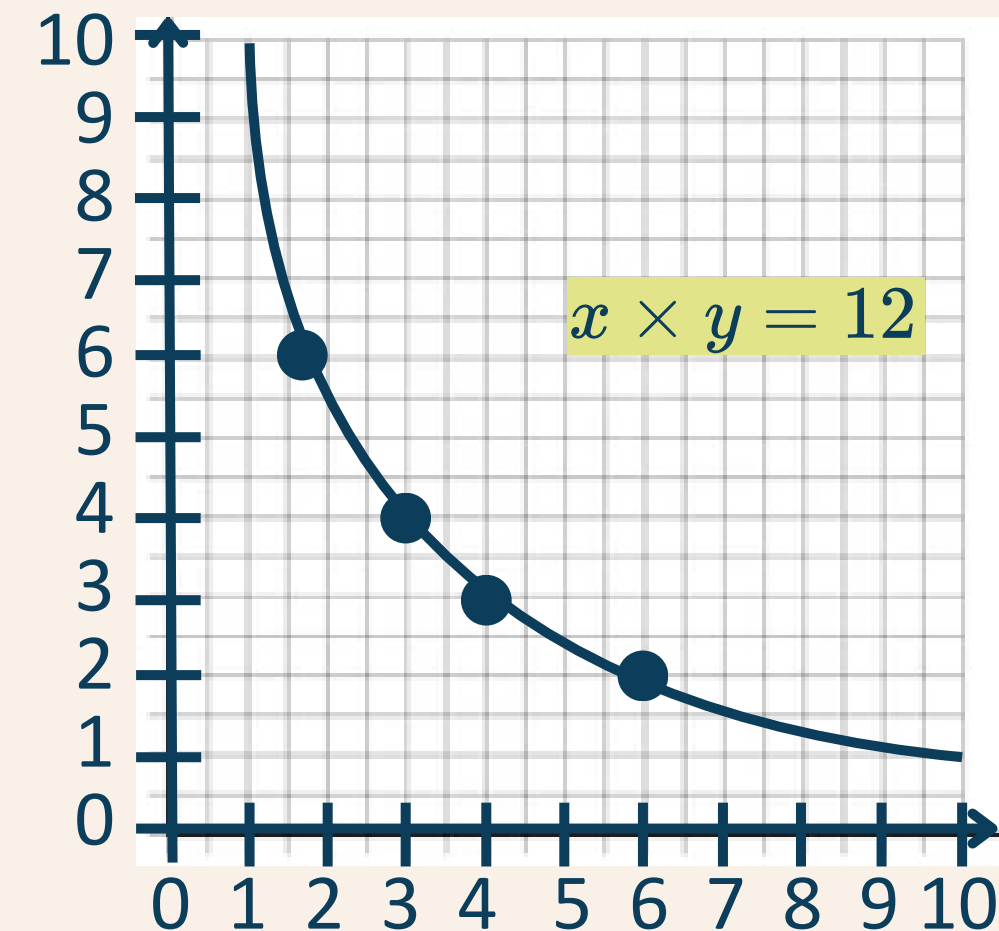
Proporcionalidad Inversa

Se dice que dos cantidades son inversamente proporcionales cuando el **producto** entre ellas es constante. La gráfica de dos cantidades inversamente proporcionales es una curva.

$$x \times y = k$$

x	y
1	12
2	6
3	4
4	3
6	2

Si aumenta x, disminuye y
en la misma proporción.



Ejemplo



- Si 6 obreros demoran en construir una muralla en 3 días, entonces ¿cuánto demoraran en terminar la misma muralla 9 obreros?

Ejemplo



- Si 6 obreros demoran en construir una muralla en 3 días, entonces ¿cuánto demoraran en terminar la misma muralla 9 obreros?

6 obreros $\longrightarrow$ 3 días

9 obreros $\longrightarrow$ x días

Ejemplo



- Si 6 obreros demoran en construir una muralla en 3 días, entonces ¿cuánto demoraran en terminar la misma muralla 9 obreros?

6 obreros $\longrightarrow$ 3 días

9 obreros $\longrightarrow$ x días

Proporcionalidad Inversa

Ejemplo



- Si 6 obreros demoran en construir una muralla en 3 días, entonces ¿cuánto demoraran en terminar la misma muralla 9 obreros?

6 obreros $\longrightarrow$ 3 días

9 obreros $\longrightarrow$ x días

Proporcionalidad Inversa

$$6 \cdot 3 = 9 \cdot x$$

Ejemplo



- Si 6 obreros demoran en construir una muralla en 3 días, entonces ¿cuánto demoraran en terminar la misma muralla 9 obreros?

6 obreros $\longrightarrow$ 3 días

9 obreros $\longrightarrow$ x días

Proporcionalidad Inversa

$$6 \cdot 3 = 9 \cdot x$$

$$x = \frac{6 \cdot 3}{9}$$

Ejemplo



- Si 6 obreros demoran en construir una muralla en 3 días, entonces ¿cuánto demoraran en terminar la misma muralla 9 obreros?

6 obreros $\longrightarrow$ 3 días

9 obreros $\longrightarrow$ x días

Proporcionalidad Inversa

$$6 \cdot 3 = 9 \cdot x$$

$$x = \frac{6 \cdot 3}{9}$$

$$x = 2 \text{ días}$$

Proporcionalidad Compuesta

Proporcionalidad Compuesta

Si tenemos más elementos que los 4 forman una proporción simple, entonces estamos en presencia de una proporción compuesta. Con k la constante de proporcionalidad.

$$a : b : c : \dots = m : n : p : \dots$$

$$\frac{a}{m} = k; \frac{b}{n} = k; \frac{c}{p} = k; \dots$$

$$a = m \times k; b = n \times k; c = p \times k$$

Ejemplo



- Si la razón entre las edades de Juan, Pedro y Daniel es $1 : 2 : 3$, entonces, ¿cuál es la edad de cada uno si sus edades suman 36 años.

Ejemplo



- Si la razón entre las edades de Juan, Pedro y Daniel es $1 : 2 : 3$, entonces, ¿cuál es la edad de cada uno si sus edades suman 36 años.

$$\text{Juan} = 1k, \text{Pedro} = 2k, \text{Daniel} = 3k$$

Ejemplo



- Si la razón entre las edades de Juan, Pedro y Daniel es $1 : 2 : 3$, entonces, ¿cuál es la edad de cada uno si sus edades suman 36 años.

$$\text{Juan} = 1k, \text{Pedro} = 2k, \text{Daniel} = 3k$$

$$\text{Juan} + \text{Pedro} + \text{Daniel} = 36 \text{ años}$$

Ejemplo



- Si la razón entre las edades de Juan, Pedro y Daniel es 1 : 2 : 3, entonces, ¿cuál es la edad de cada uno si sus edades suman 36 años.

$$\text{Juan} = 1k, \text{Pedro} = 2k, \text{Daniel} = 3k$$

$$\text{Juan} + \text{Pedro} + \text{Daniel} = 36 \text{ años}$$

reemplazando tenemos:

$$1k + 2k + 3k = 36$$

Ejemplo



- Si la razón entre las edades de Juan, Pedro y Daniel es 1 : 2 : 3, entonces, ¿cuál es la edad de cada uno si sus edades suman 36 años.

$$\text{Juan} = 1k, \text{Pedro} = 2k, \text{Daniel} = 3k$$

$$\text{Juan} + \text{Pedro} + \text{Daniel} = 36 \text{ años}$$

reemplazando tenemos:

$$1k + 2k + 3k = 36$$

$$6k = 36$$

Ejemplo



- Si la razón entre las edades de Juan, Pedro y Daniel es 1 : 2 : 3, entonces, ¿cuál es la edad de cada uno si sus edades suman 36 años.

$$\text{Juan} = 1k, \text{Pedro} = 2k, \text{Daniel} = 3k$$

$$\text{Juan} + \text{Pedro} + \text{Daniel} = 36 \text{ años}$$

reemplazando tenemos:

$$1k + 2k + 3k = 36$$

$$6k = 36$$

$$k = 6$$

Ejemplo



- Si la razón entre las edades de Juan, Pedro y Daniel es 1 : 2 : 3, entonces, ¿cuál es la edad de cada uno si sus edades suman 36 años.

$$\text{Juan} = 1k, \text{Pedro} = 2k, \text{Daniel} = 3k$$

$$\text{Juan} + \text{Pedro} + \text{Daniel} = 36 \text{ años}$$

reemplazando tenemos:

$$1k + 2k + 3k = 36$$

$$6k = 36$$

$$k = 6$$

Así, si teníamos que $\text{Juan} = 1k$, $\text{Pedro} = 2k$, $\text{Daniel} = 3k$ con $k = 6$.

Ejemplo



- Si la razón entre las edades de Juan, Pedro y Daniel es $1 : 2 : 3$, entonces, ¿cuál es la edad de cada uno si sus edades suman 36 años.

$$\text{Juan} = 1k, \text{Pedro} = 2k, \text{Daniel} = 3k$$

$$\text{Juan} + \text{Pedro} + \text{Daniel} = 36 \text{ años}$$

reemplazando tenemos:

$$1k + 2k + 3k = 36$$

$$6k = 36$$

$$k = 6$$

Así, si teníamos que $\text{Juan} = 1k, \text{Pedro} = 2k, \text{Daniel} = 3k$ con $k = 6$.

Obtenemos que $\text{Juan} = 6 \text{ años}$; $\text{Pedro} = 12 \text{ años}$; $\text{Daniel} = 18 \text{ años}$.

Ejemplo



- Si 5 obreros trabajando 8 horas diarias construyen un muro en 3 días, ¿cuántos días tardarán 7 obreros trabajando 6 horas diarias?

Ejemplo



- Si 5 obreros trabajando 8 horas diarias construyen un muro en 3 días, ¿cuántos días tardarán 7 obreros trabajando 6 horas diarias?

Obreros	Horas	Días
5	8	3
7	6	x

Ejemplo



- Si 5 obreros trabajando 8 horas diarias construyen un muro en 3 días, ¿cuántos días tardarán 7 obreros trabajando 6 horas diarias?

Obreros	Horas	Días
5	8	3
7	6	x

Obreros → Días : Proporcionalidad Inversa
Horas → Días : Proporcionalidad Inversa

Ejemplo



- Si 5 obreros trabajando 8 horas diarias construyen un muro en 3 días, ¿cuántos días tardarán 7 obreros trabajando 6 horas diarias?

Obreros	Horas	Días
5	8	3
7	6	x

Obreros → Días : Proporcionalidad Inversa
Horas → Días : Proporcionalidad Inversa

$$5 \times 8 \times 3 = 7 \times 6 \times x$$

Ejemplo



- Si 5 obreros trabajando 8 horas diarias construyen un muro en 3 días, ¿cuántos días tardarán 7 obreros trabajando 6 horas diarias?

Obreros	Horas	Días
5	8	3
7	6	x

Obreros → Días : Proporcionalidad Inversa
Horas → Días : Proporcionalidad Inversa

$$5 \times 8 \times 3 = 7 \times 6 \times x$$

$$x = \frac{5 \times 8 \times 3}{7 \times 6} = 2,86$$

Ejemplo



- Si 5 obreros trabajando 8 horas diarias construyen un muro en 3 días, ¿cuántos días tardarán 7 obreros trabajando 6 horas diarias?

Obreros	Horas	Días
5	8	3
7	6	x

Obreros → Días : Proporcionalidad Inversa
Horas → Días : Proporcionalidad Inversa

$$5 \times 8 \times 3 = 7 \times 6 \times x$$

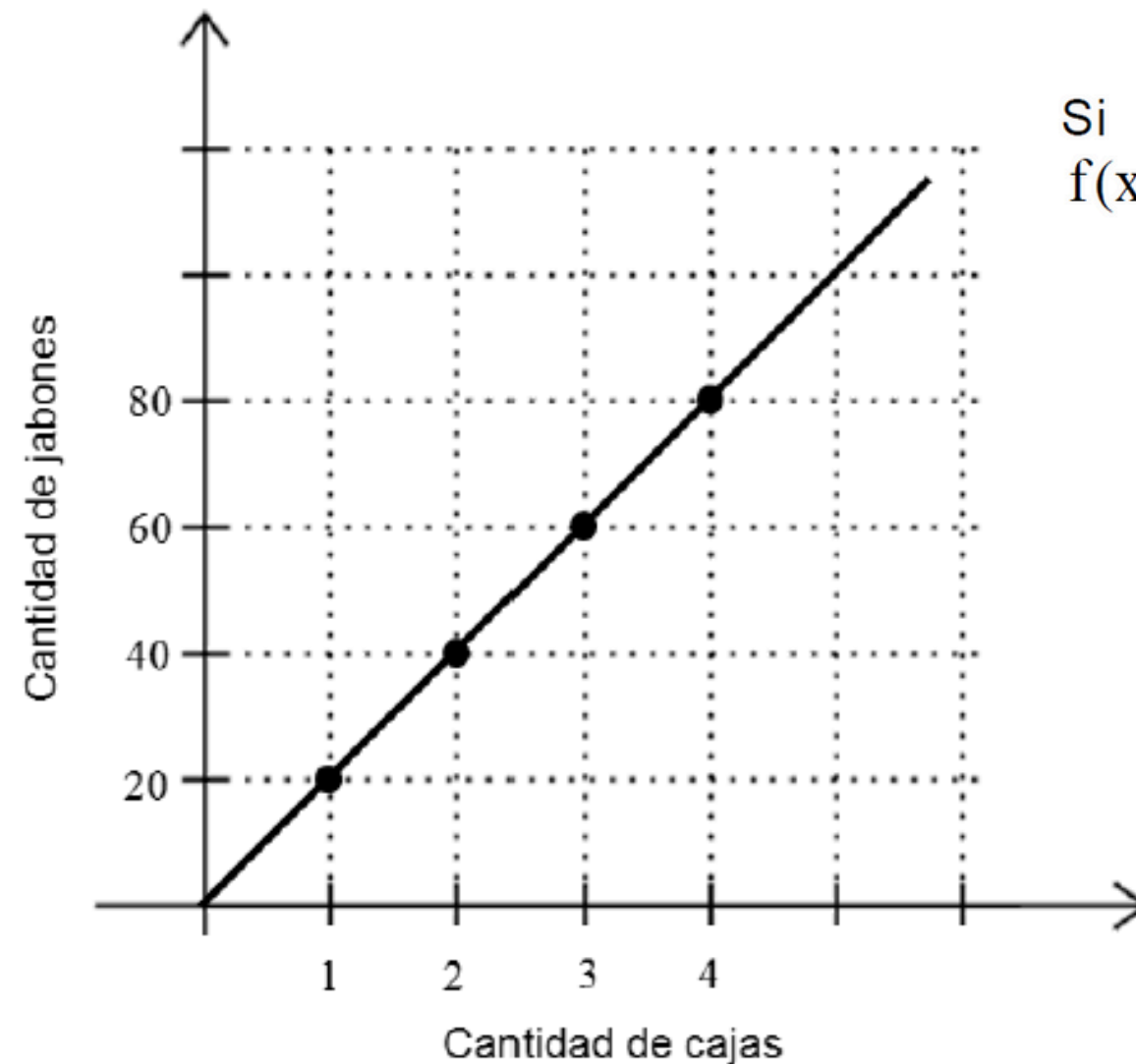
$$x = \frac{5 \times 8 \times 3}{7 \times 6} = 2,86$$



**¡Muchas gracias
por su atención!**

Ejemplo

29. En una tienda de perfumería empacan jabones en cajas. En la figura adjunta se representa la relación entre la cantidad de jabones y la cantidad de cajas que se necesitan para empacar dicha cantidad de jabones.

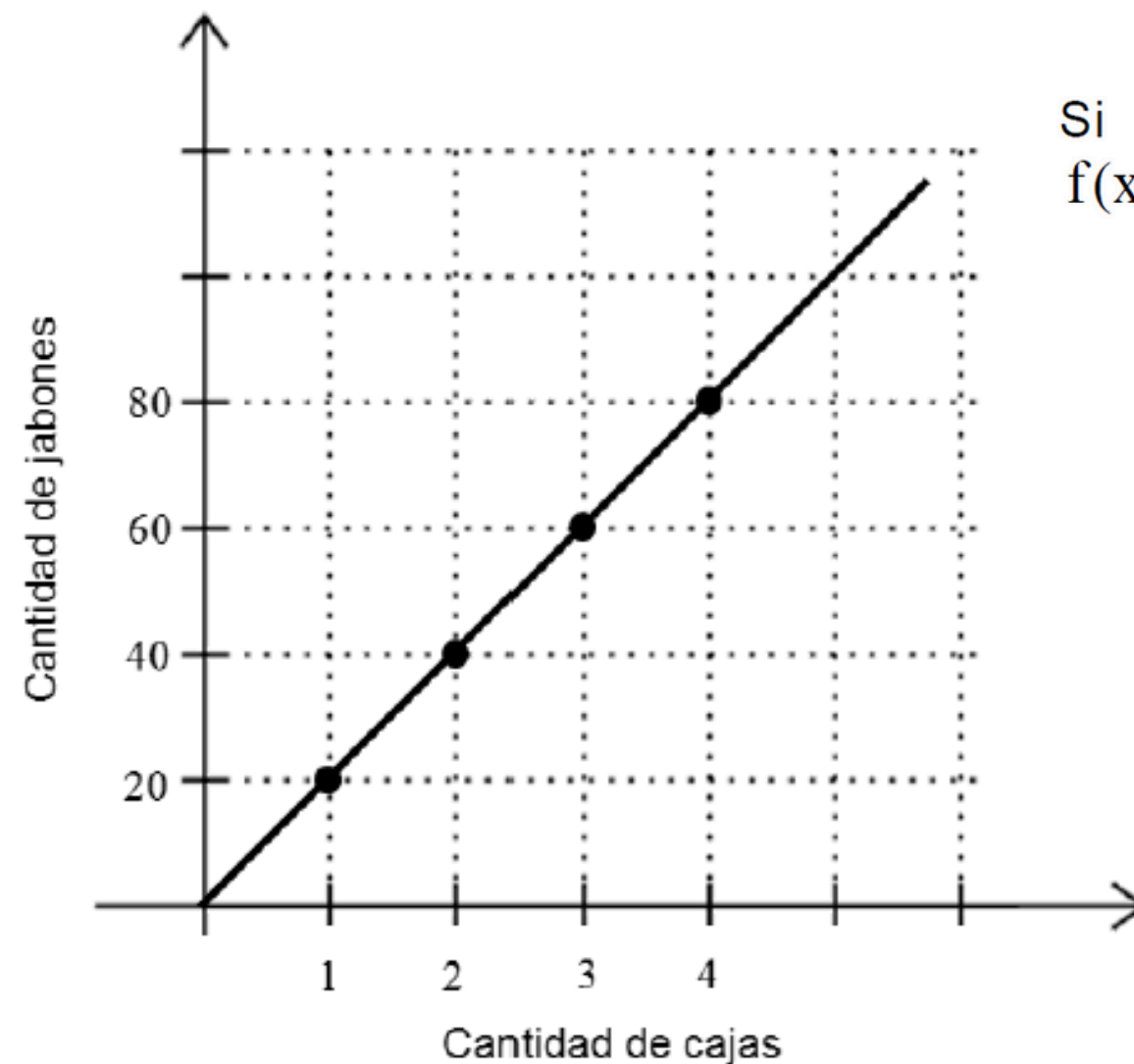


Si esta relación se puede modelar mediante la función f definida por $f(x) = 20 \cdot x$, ¿qué representa el número 20?

- A) La constante de proporcionalidad directa.
- B) La constante de proporcionalidad inversa.
- C) La cantidad total de jabones.
- D) La cantidad total de cajas.

Ejemplo

29. En una tienda de perfumería empacan jabones en cajas. En la figura adjunta se representa la relación entre la cantidad de jabones y la cantidad de cajas que se necesitan para empacar dicha cantidad de jabones.



Si esta relación se puede modelar mediante la función f definida por $f(x) = 20 \cdot x$, ¿qué representa el número 20?

- ☒ A) La constante de proporcionalidad directa.
- ☐ B) La constante de proporcionalidad inversa.
- ☐ C) La cantidad total de jabones.
- ☐ D) La cantidad total de cajas.

Ejemplo



33. En la tabla adjunta se indica la temperatura que alcanza cierto líquido en determinado tiempo, a partir de los 0°C .

Temperatura ($^{\circ}\text{C}$)	Tiempo (min)
100	8
50	4

Si la temperatura alcanzada por el líquido es directamente proporcional al tiempo que ha sido calentado, en ese orden, ¿cuál es la constante de proporcionalidad?

- A) $\frac{2}{25}$
- B) $\frac{25}{2}$
- C) 50
- D) 400

Ejemplo



33. En la tabla adjunta se indica la temperatura que alcanza cierto líquido en determinado tiempo, a partir de los 0°C .

Temperatura ($^{\circ}\text{C}$)	Tiempo (min)
100	8
50	4

Si la temperatura alcanzada por el líquido es directamente proporcional al tiempo que ha sido calentado, en ese orden, ¿cuál es la constante de proporcionalidad?

- A) $\frac{2}{25}$
- ☒ B) $\frac{25}{2}$
- C) 50
- D) 400

Ejemplo



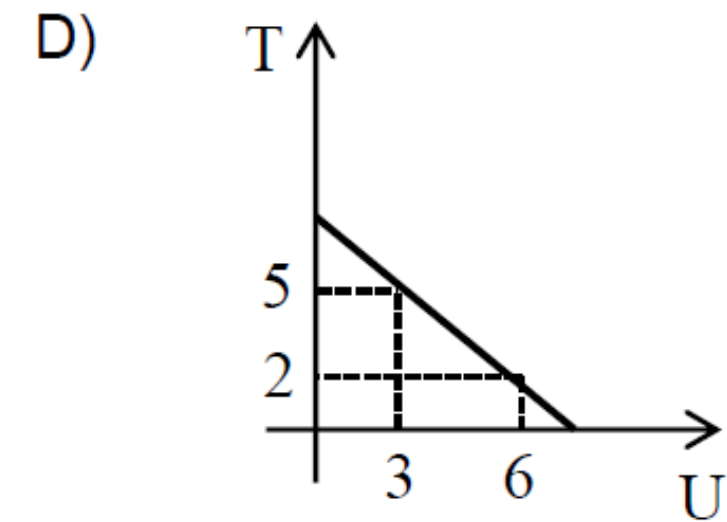
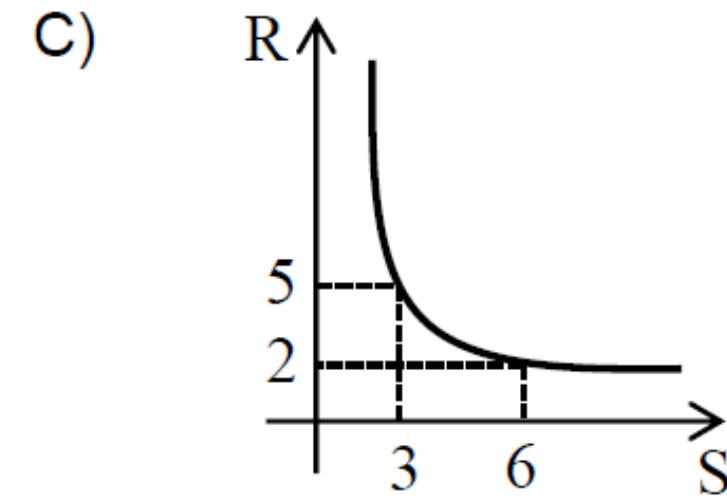
20. ¿En cuál de las siguientes representaciones las variables son inversamente proporcionales?

A)

M	N
5	8
10	4
20	2

B)

P	Q
5	10
10	9
20	8



Ejemplo



20. ¿En cuál de las siguientes representaciones las variables son inversamente proporcionales?

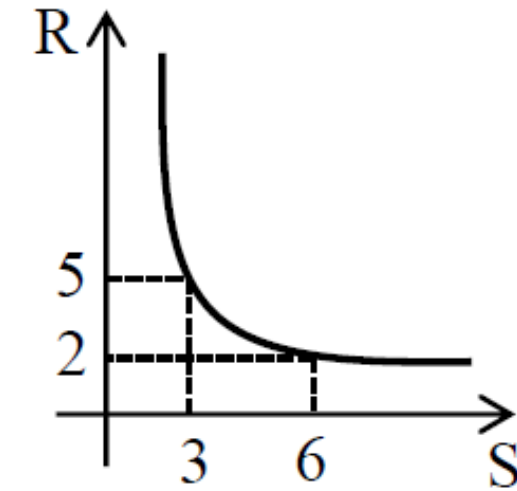


M	N
5	8
10	4
20	2

B)

P	Q
5	10
10	9
20	8

C)



D)

