



## GUÍA DE NIVEACIÓN MATEMÁTICAS: “CUADRANDO (EN) LA MENTE”

PROF. VICENTE ARAYA P.

### CONTENIDOS:

- **Ángulos en figuras planas: concepto, clasificación y medida de ángulos.**
- **Clasificación de triángulos según sus lados y ángulos.**
- **Polígonos: definición, elementos y clasificación.**
- **Transformaciones isométricas: traslación, rotación y reflexión**
- **Áreas y perímetros de figuras planas**

### I.- INTRODUCCIÓN

¡Bienvenidos al curso de nivelación matemática del Preuniversitario Wünencura! Este curso y guía de nivelación tiene como objetivo solventar y mejorar tus conocimientos en matemática, es decir, rellenaremos (o haremos lo posible por ello) todos los vacíos de conocimientos que nos llevan a no dar un siguiente paso en las matemáticas. Se buscará tanto en la guía como en las clases abordar los temas y los conocimientos desde la mayor cantidad de aristas posibles, con el fin de entregarles a cada uno de ustedes las herramientas necesarias para que este tipo de ciencia sea jamás un escollo.

### II.- VEÁMOS DESDE OTRO ÁNGULO: GEOMETRÍA

Para dar el puntapié inicial a nuestro curso, comenzaremos con el que creo es motivo principal de miedo, pánico y terror dentro de quienes les gusta y quienes NO les gusta la matemática, me refiero a la geometría. Sabemos que hay geometría cuando hablamos de un cuadrado, de un triángulo o de ángulos pero en verdad ¿Qué es la Geometría?

Geometría: Estudio de las propiedades y relaciones entre puntos, líneas, ángulos, superficies y sólidos, así, establecemos que los temas geométricos son a grandes rasgos los siguientes:

Ángulos: Un ángulo es la región del plano comprendida entre dos semirrectas (llamadas lados del ángulo) que tienen un mismo punto de origen, conocido como vértice. Los ángulos son una medida de la rotación necesaria para pasar de una de las semirrectas a la otra. Se expresan normalmente en grados sexagesimales ( $^{\circ}$ ) o en radianes (rad).

Los ángulos pueden clasificarse según su medida:

**Agudos:** menos de  $90^{\circ}$

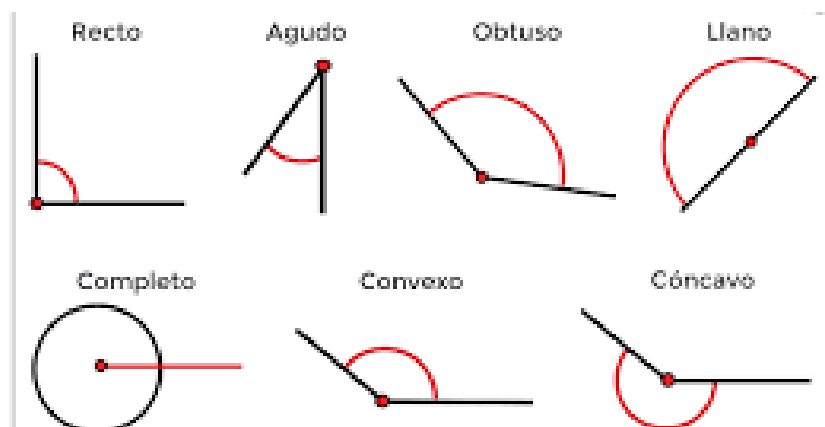
**Rectos:** exactamente  $90^{\circ}$

**Obtuseos:** entre  $90^{\circ}$  y  $180^{\circ}$

**Llanos:** exactamente  $180^{\circ}$

**Cóncavos o entrantes:** más de  $180^{\circ}$  pero menos de  $360^{\circ}$

**Completos:** exactamente  $360^{\circ}$



**Triángulos:** Un triángulo es una figura geométrica plana formada por tres lados, tres vértices y tres ángulos. Es el polígono más simple que existe. La suma de los ángulos interiores de cualquier triángulo siempre es igual a  $180^{\circ}$ .

Se clasifican de dos formas:

Por sus lados:

**Equilátero:** todos los lados y ángulos son iguales.

**Isósceles:** dos lados y dos ángulos iguales.

**Escaleno:** todos los lados y ángulos diferentes.

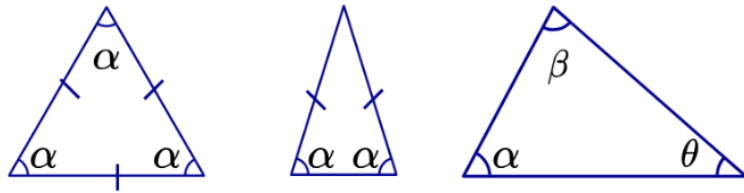
Por sus ángulos:

**Acutángulo:** todos los ángulos son menores de  $90^\circ$ .

**Rectángulo:** uno de sus ángulos es de  $90^\circ$ .

**Obtusángulo:** uno de sus ángulos es mayor de  $90^\circ$ .

## SEGÚN LA LONGITUD DE SUS LADOS



**Equilátero**

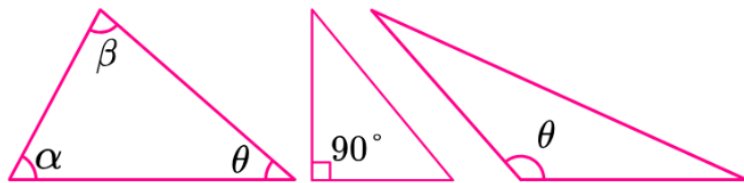
**Isósceles**

**Escaleno**

## SEGÚN LA AMPLITUD DE SUS ÁNGULOS

$$0^\circ < \alpha, \beta, \theta < 90^\circ$$

$$90^\circ < \theta < 180^\circ$$



**Acutángulo**

**Rectángulo**

**Obtusángulo**

Los triángulos son esenciales en la geometría, la ingeniería, la arquitectura y otras ciencias, ya que permiten calcular distancias, alturas y otras magnitudes usando relaciones trigonométricas.

**Polígonos:** Un **polígono** es una figura geométrica plana cerrada formada por una secuencia de **segmentos rectilíneos** (llamados lados) que se unen entre sí en sus extremos (vértices). La forma más sencilla es el triángulo, y a partir de ahí se generan figuras como el cuadrado, el pentágono, el hexágono, etc.

Los polígonos se clasifican según su número de lados:

**Triángulo** (3 lados)

**Cuadrilátero** (4 lados)

**Pentágono** (5 lados)

**Hexágono** (6 lados), y así sucesivamente.

También se clasifican en:

**Regulares:** todos sus lados y ángulos son iguales.

**Irregulares:** tienen lados y/o ángulos desiguales.

**Convexos:** todos sus ángulos interiores son menores de  $180^\circ$ .

**Cóncavos:** tienen al menos un ángulo interior mayor de  $180^\circ$ .

| NOMBRE       | LADOS | REGULARES | IRREGULARES |
|--------------|-------|-----------|-------------|
| TRIÁNGULO    | 3     |           |             |
| CUADRILÁTERO | 4     |           |             |
| PENTÁGONO    | 5     |           |             |
| HEXÁGONO     | 6     |           |             |

**Círculos:** Un **círculo** es una figura plana y cerrada formada por todos los puntos que están a una misma distancia (llamada **radio**) de un punto fijo, denominado **centro**. El círculo es una figura curva sin ángulos ni lados rectos.

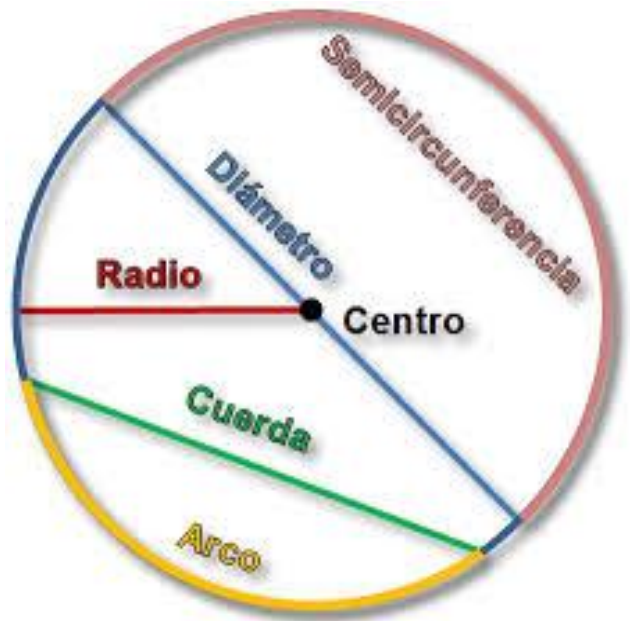
**Radio:** segmento que une el centro con un punto de la circunferencia.

**Diámetro:** segmento que pasa por el centro y une dos puntos de la circunferencia; es el doble del radio.

**Circunferencia:** perímetro del círculo.

**Cuerda:** segmento que une dos puntos de la circunferencia sin pasar por el centro.

**Arco:** porción de la circunferencia.



**Áreas y perímetros:** El **área** es la medida de la superficie contenida dentro de una figura plana, y el **perímetro** es la suma de las longitudes de todos sus lados.

Cada figura geométrica tiene una fórmula específica para calcular su área y perímetro. Algunos ejemplos:

**Cuadrado:**

Área:  $A = L^2$

Perímetro:  $P = 4 \times L$

1.  $A = s^2$   
 $P = 4s$

Spanishged365.com

11.  $A = \frac{1}{2}bh$   
 $P = s_1 + s_2 + s_3$

**Triángulo:**

Área:  $\frac{\text{base} \times \text{altura}}{2}$

2.  $A = lw$   
 $P = 2l + 2w$

12.  $A = \frac{1}{2}h(b_1 + b_2)$   
 $P = b_1 + b_2 + 2s$

**Perímetro:** suma de la longitud de sus tres lados.

3.  $A = lw$   
 $P = 2l + 2w$

13.  $A = bh$   
 $P = 2b + 2s$

**Círculo:**

Área:  $A = \pi \times r^2$

Perímetro:  $P = 2 \times \pi \times r$

4.  $A = s^2$   
 $P = 4s$

14.  $A = \frac{1}{2}h(b_1 + b_2)$   
 $P = b_1 + b_2 + 2s$

**Rectángulo:**

Área:  $A = \text{base} \times \text{altura}$

Perímetro:  $P = 2 \times (\text{base} \times \text{altura})$

5.  $A = lw$   
 $P = 2l + 2w$

15.  $A = bh$   
 $P = 2b + 2s$

**Transformaciones:** Las **transformaciones geométricas** son cambios que se aplican a figuras en el plano sin alterar su estructura esencial. Las principales transformaciones son:

**Traslación:** desplaza una figura sin girarla ni cambiar su forma o tamaño.

**Rotación:** gira una figura alrededor de un punto fijo.

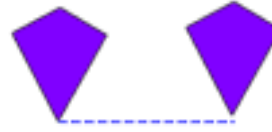
**Reflexión (simetría):** voltea una figura sobre un eje, como si se viera en un espejo.



ROTACIÓN (EN 90°)

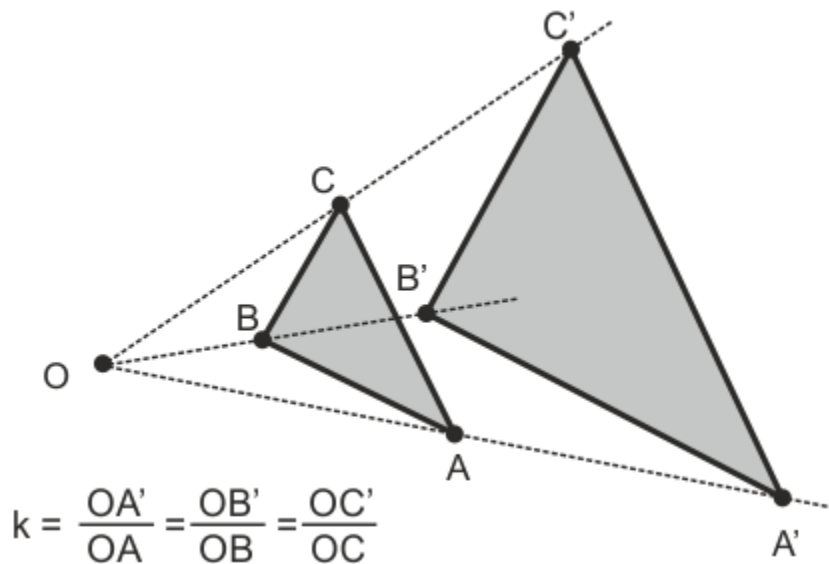


REFLEXIÓN



TRASLACIÓN

**Homotecia:** cambia el tamaño de una figura, manteniendo su forma y proporciones (ampliación o reducción).



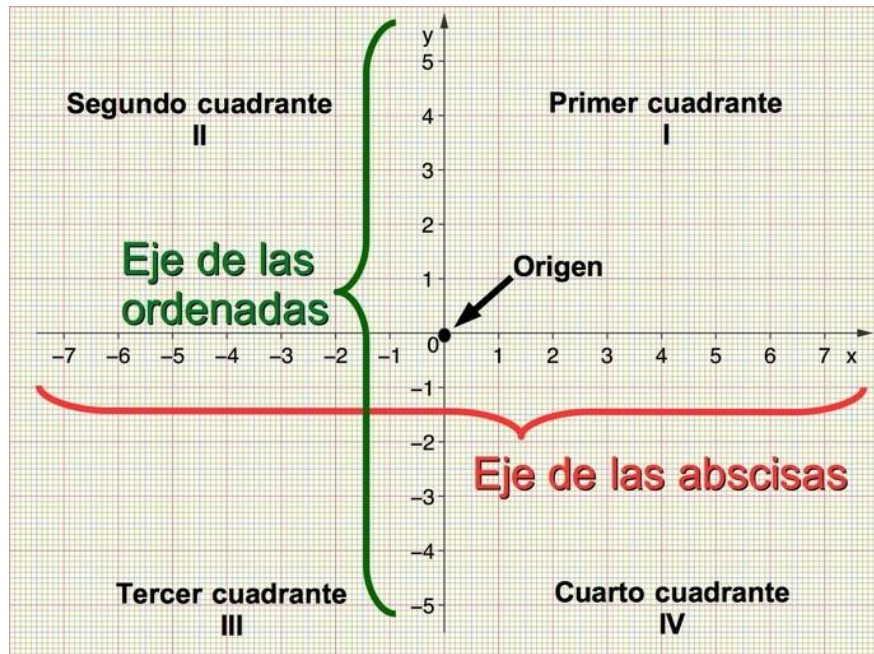
**Coordenadas y geometría analítica:** La **geometría analítica** es una rama de la matemática que estudia las figuras geométricas utilizando un sistema de coordenadas, generalmente el **plano cartesiano**, que se forma por dos rectas numéricas perpendiculares: el **eje X (horizontal)** y el **eje Y (vertical)**.

Cada punto del plano se representa con un par ordenado  $(x, y)$ , donde:

**x** indica la posición respecto al eje horizontal,

**y** indica la posición respecto al eje vertical.

Una vez ya abarcamos los conceptos más básicos y a su vez fundamentales de la geometría, podemos dar el siguiente paso y profundizar en cada uno de ellos



### 1) Ángulos

**1,1) Ángulos Complementarios:** Dos ángulos se dicen **complementarios** si la suma de sus medidas es exactamente **90 grados**.

$$\alpha + \beta = 90^\circ$$

**Propiedades:**

- No es necesario que estén juntos (pueden estar separados).
- Cada ángulo (de relación complementaria entre sí) se llama **complemento** del otro.
- **Ambos deben ser agudos** (menores que  $90^\circ$ ), ya que su suma no puede superar los  $90^\circ$ .

**Ejemplo:**

- Si un ángulo mide  $35^\circ$ , su complemento es:

$$90^\circ - 35^\circ = 55^\circ$$

**1,2) Ángulos Suplementarios** Dos ángulos se dicen **suplementarios** si la **suma de sus medidas es 180 grados**.

$$\alpha + \beta = 180^\circ$$

**Propiedades:**

- Pueden estar juntos o separados.
- Si están juntos y comparten un lado, forman un **ángulo llano**.
- Uno puede ser agudo y el otro obtuso, o ambos rectos.

**Ejemplo:**

- Si un ángulo mide  $112^\circ$ , su suplemento es:

$$180^\circ - 112^\circ = 68^\circ$$

**1.3) Ángulos Opuestos por el Vértice:** Cuando **dos rectas se cruzan**, se forman **cuatro ángulos**. Los ángulos que están **uno frente al otro**, sin compartir lados, se llaman **opuestos por el vértice**.

**Propiedades:**

- **Siempre son congruentes** (iguales en medida).
- Comparten el **mismo vértice**.
- No comparten lados.

**Ejemplo:**

Si dos rectas se cruzan y uno de los ángulos mide  $75^\circ$ , el ángulo opuesto por el vértice también mide  $75^\circ$ .

**1.4) Ángulos Adyacentes**

Dos ángulos son **adyacentes** si:

1. **Comparten un vértice**
2. **Comparten un lado**
3. **No se sobreponen** (cada uno está en una región distinta)

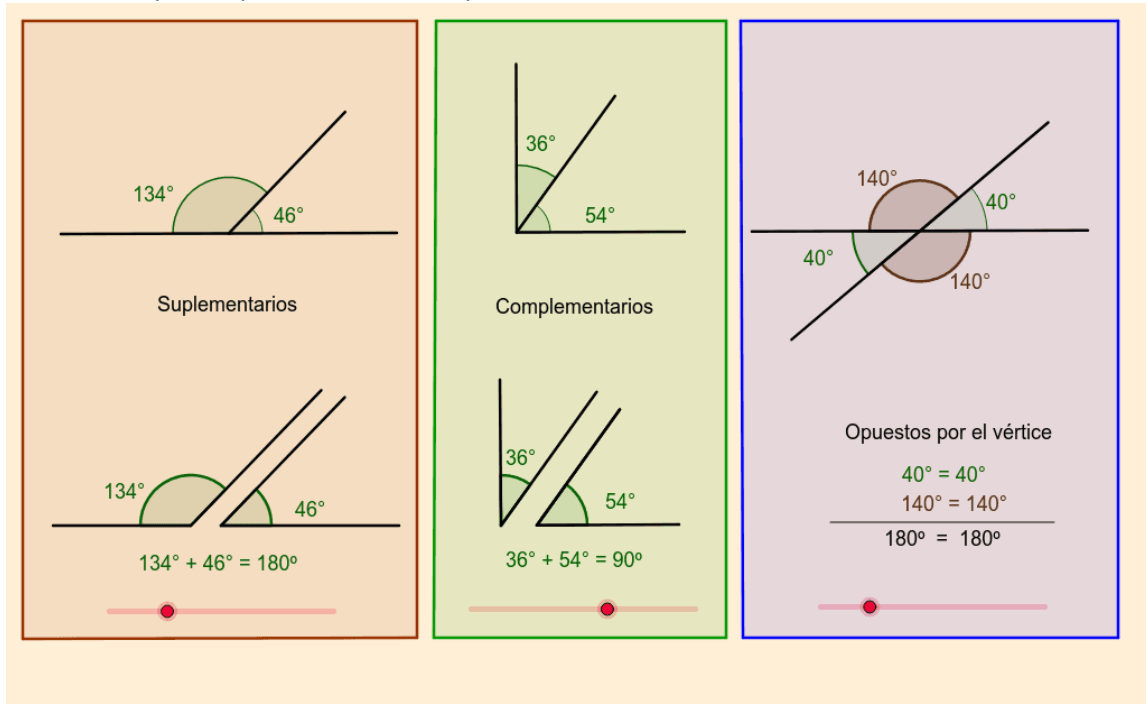
**Propiedades:**

- Están "pegados", lado a lado.
- Si además suman  $180^\circ$ , se llaman **ángulos adyacentes suplementarios**.
- Forman parte de figuras compuestas.

**Ejemplo:**

Si dos ángulos adyacentes miden  $60^\circ$  y  $120^\circ$ , entonces:

- Comparten un lado y un vértice.
- Suma es  $180^\circ$ , por lo que también son suplementarios.



**1.5) Propiedades generales importantes de los ángulos:**

**a) Suma de los ángulos interiores de un triángulo:**

$$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$$

La **suma de los tres ángulos interiores de cualquier triángulo**, sin importar su tipo (escaleno, isósceles, equilátero, rectángulo, etc.), **siempre es igual a 180 grados**.

**Ejemplo:** Si un triángulo tiene dos ángulos de  $50^\circ$  y  $60^\circ$ , entonces el tercero será:

$$180^\circ - (50^\circ + 60^\circ) = 70^\circ$$

**b) Suma de los ángulos interiores de un polígono:**

$$\text{Suma de ángulos interiores} = (n - 2) \times 180^\circ$$

Donde **n** es el número de lados del polígono.

Un polígono se puede dividir en **(n - 2)** triángulos. Como cada triángulo suma  $180^\circ$ , multiplicamos por 180 para encontrar la suma total de los ángulos interiores.

**Ejemplo:**

Cuadrado (4 lados):

$$(4 - 2) \times 180^\circ = 2 \times 180^\circ = 360^\circ$$

## 2) Triangulos

Los triángulos pueden clasificarse **según sus lados** y **según sus ángulos**.

### 2,1) Clasificación según sus LADOS

a) **Triángulo equilátero:** Todos sus **lados son iguales**, Por consecuencia, también **todos sus ángulos interiores miden 60°**, es decir, es un **triángulo regular**.

- **Propiedades:**  
Simétrico respecto a sus tres medianas.  
Equiángulo (ángulos iguales).  
Todos sus ángulos son agudos.

b) **Triángulo Isósceles:** Tiene **dos lados iguales** y uno distinto. Los **ángulos opuestos a los lados iguales también son iguales**.

- **Propiedades**  
Tiene un eje de simetría que pasa por el vértice donde se unen los lados iguales.  
Muy útil en construcciones geométricas y pruebas con congruencia.

c) **Triángulo escaleno;** Todos sus **lados son diferentes**, y por lo tanto, **todos sus ángulos también son distintos**.

- **Propiedades:**  
No tiene ejes de simetría.  
Puede ser acutángulo, rectángulo u obtusángulo según sus ángulos.

### 2,2) Clasificación según sus ANGULOS

a) **Triángulo acutángulo:** Todos sus **ángulos interiores son agudos**, es decir, menores que 90°.

- **Propiedades:**  
Puede ser equilátero, isósceles o escaleno.  
No contiene ángulos rectos ni obtusos.

b) **Triángulo rectángulo:** Tiene **un ángulo recto** de exactamente 90°.

- **Propiedades:**  
Los otros dos ángulos son agudos y **complementarios** (suman 90°).  
El lado opuesto al ángulo recto se llama **hipotenusa** (el lado más largo).  
Es el único tipo de triángulo donde se puede aplicar el **Teorema de Pitágoras**.

c) **Triángulo obtusángulo Definición:** Tiene **un ángulo obtuso**, es decir, **mayor que 90° y menor que 180°**.

- **Propiedades:**  
Solo puede haber **un ángulo obtuso** en un triángulo, ya que la suma total debe ser 180°.  
Los otros dos ángulos son agudos.

### 2.3) Teorema de Pitágoras

En un triángulo rectángulo, el **cuadrado de la hipotenusa** es igual a la **suma de los cuadrados de los catetos**.

A nivel matemático esto es:

$$c^2=a^2+b^2$$

Donde

**c** es hipotenusa (lado opuesto al ángulo recto)

**a, b:** son catetos (lados que forman el ángulo recto)

**Ejemplo:**

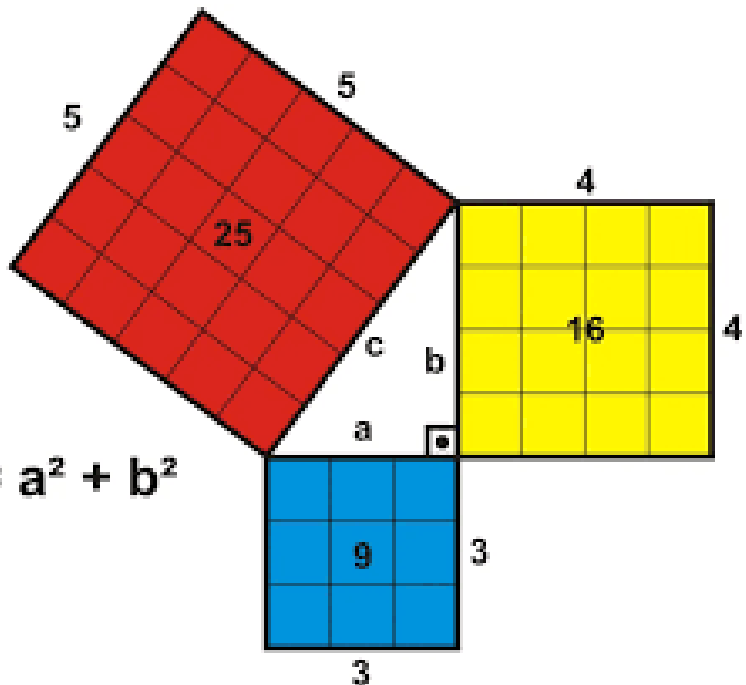
Si un triángulo tiene catetos de 3 cm y 4 cm:

$$c^2 = 3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25 \Rightarrow$$

$$c^2 = 25 \Rightarrow c = \sqrt{25}$$

$$c = 5$$

$$c^2 = a^2 + b^2$$



### III.- PREGUNTAS

1. Si los ángulos  $\angle A$  y  $\angle B$  son complementarios, y se cumple que  $\angle A = 2\angle B + 10^\circ$ , ¿cuál es la medida de  $\angle A$ ?

- A)  $40^\circ$
- B)  $50^\circ$
- C)  $60^\circ$
- D)  $70^\circ$

2. ¿Cuál es la medida promedio de los ángulos interiores de un hexágono regular?

- A)  $120^\circ$
- B)  $130^\circ$
- C)  $135^\circ$
- D)  $150^\circ$

3. Dos rectas se intersectan y forman cuatro ángulos. Si uno de ellos mide  $(3x + 15)^\circ$  y el opuesto  $(5x - 9)^\circ$ , ¿cuánto mide cada uno de esos ángulos?

- A)  $48^\circ$
- B)  $51^\circ$
- C)  $57^\circ$
- D)  $63^\circ$

4. Un ángulo recto se divide en dos ángulos adyacentes  $\alpha$  y  $\beta$ , tales que  $\alpha = 2\beta - 10^\circ$ . ¿Cuál es el valor de  $\alpha$ ?

- A)  $40^\circ$
- B)  $50^\circ$
- C)  $60^\circ$
- D)  $70^\circ$

5. Un triángulo tiene lados que miden 5 cm, 5 cm y 8 cm. ¿Cuál(es) afirmación(es) es(son) verdadera(s)?

- I. Es isósceles.
- II. Tiene dos ángulos iguales.
- III. Es equilátero.

- A) Solo I
- B) I y II
- C) II y III
- D) I, II y III

6. Si un triángulo tiene lados que miden 6 cm, 8 cm y 10 cm, ¿qué tipo de triángulo es?

- A) Escaleno acutángulo
- B) Isósceles obtusángulo
- C) Rectángulo escaleno
- D) Equilátero

7. Un triángulo isósceles tiene un ángulo desigual que mide  $100^\circ$ . ¿Cuál es la medida de cada uno de los ángulos iguales?

- A)  $30^\circ$
- B)  $35^\circ$
- C)  $40^\circ$
- D)  $50^\circ$

8. Suma de ángulos interiores

¿Cuál es la suma de los ángulos interiores de un decágono?

- A)  $1440^\circ$
- B)  $1620^\circ$
- C)  $1800^\circ$
- D)  $1980^\circ$

9. En un polígono regular, cada ángulo exterior mide  $30^\circ$ . ¿Cuántos lados tiene el polígono?

- A) 6
- B) 8
- C) 10
- D) 12

10. El punto A(3, 4) es trasladado 5 unidades a la izquierda y 2 hacia abajo. ¿Cuál es la coordenada final?

- A) (8, 6)
- B) (-2, 2)
- C) (-2, -6)
- D) (-8, -2)

11. Una figura se refleja respecto del eje X. Si un vértice tenía coordenadas  $(4, -3)$ , ¿cuáles serán sus nuevas coordenadas?

- A)  $(-4, -3)$
- B)  $(-4, 3)$
- C)  $(4, 3)$
- D)  $(3, 4)$

12. Un círculo tiene un radio de 7 cm. ¿Cuál es el valor más cercano a su perímetro?

- A) 21.98 cm
- B) 43.96 cm
- C) 153.94 cm
- D) 77.92 cm

13. Una figura está compuesta por un rectángulo de 8 cm de base y 5 cm de altura, y un triángulo que comparte la misma base y tiene una altura de 3 cm. ¿Cuál es el área total?

- A)  $40 \text{ cm}^2$
- B)  $44 \text{ cm}^2$
- C)  $52 \text{ cm}^2$
- D)  $56 \text{ cm}^2$

14. En un triángulo, uno de los ángulos mide el triple del segundo, y el tercero mide  $10^\circ$  más que el segundo. ¿Cuánto mide el ángulo más pequeño?

- A)  $20^\circ$
- B)  $25^\circ$
- C)  $30^\circ$
- D)  $35^\circ$

15. Desde un punto A se asciende 6 metros en dirección vertical y luego se avanza 8 metros en dirección horizontal. ¿Cuál es la distancia directa desde el punto inicial al final del recorrido?

- A) 10 m
- B) 12 m
- C) 14 m
- D) 15 m