



CLASE N°8:

“Probabilidades”

Objetivos de la clase:

- Problemas que involucren probabilidad de un evento en diversos contextos.
- Problemas que involucren la regla aditiva y multiplicativa de probabilidades en diversos contextos.



Prueba de Acceso a la Educación Superior



Eje de contenidos de M1:

1

Números

2

Probabilidad y Estadística

3

Álgebra y Funciones

4

Geometría

Eje de Probabilidad y Estadística



~~M1~~

~~DATOS EN TABLAS Y GRÁFICOS~~

~~M1~~

~~MEDIDAS DE TENDENCIA CENTRAL Y
RANGO~~

~~M1~~

~~MEDIDAS DE POSICIÓN~~

M1

REGLAS DE PROBABILIDADES

Reglas de la clase



**RITMO DE LA
CLASE**



**PREGUNTAS EN
CLASE**



**DUDAS AL
CORREO**

Probabilidades

Probabilidades

Muchas veces nos hemos topado con preguntas del tipo: “¿Qué tan probable es que ocurra un cierto resultado?” o “¿Qué tan probable es que si lanzo una moneda al aire obtengamos una cara o un sello?”.

Todas esas preguntas, y muchas más corresponden a una rama de la estadística conocida como **Probabilidad**, es decir, la asociación de una medida numérica a un cierto experimento, sin la necesidad de realizarlo, pero sabiendo, a priori, lo que este experimento nos puede entregar como resultado. Antes de definir el concepto mismo de una probabilidad, o cuán probable es que ocurra cierto suceso es necesario tener en cuenta las siguientes definiciones.

Tipos de Experimentos

1. Un experimento se dice **determinístico** cuando el resultado del mismo se puede predecir sin la necesidad de realizarlo. Por ejemplo, si medimos el tiempo que demora en caer una bolita de 2 kilos y luego repetimos el experimento con las mismas condiciones, en ambos casos obtendremos el mismo tiempo de caída.

2. Un experimento se dice **aleatorio** cuando no es posible predecir el resultado. Por ejemplo, si lanzamos una moneda, sabremos que saldrá cara o sello, pero no sabemos exactamente qué saldrá si no lo realizamos.

Al conjunto de resultados posibles de un evento aleatorio lo conocemos como **espacio muestral** y lo denotaremos tradicionalmente como E .

Espacio Muestral

El espacio muestral lo denotaremos con la letra E y corresponde al conjunto de todos los posibles resultados de un experimento aleatorio. Por ejemplo:

- Lanzamiento de una moneda: $E_{\{Moneda\}} = \{\text{cara, sello}\}$
- Lanzamiento de un dado: $E_{\{Dado\}} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

Estos espacios muestrales corresponden a experimentos con un único objeto, ya sea una moneda o un dado, pero ¿cómo serán los espacios muestrales de experimentos con más de un objeto?

- Lanzamiento de dos monedas: $E_{\{2Monedas\}} = \{(\text{cara, cara}), (\text{cara, sello}), (\text{sello, cara}), (\text{sello, sello})\}$

Eventos o Sucesos

Un suceso es cualquier subconjunto del espacio muestral. Se destacan dos tipos de sucesos de acuerdo a la probabilidad que tienen:

- **Suceso Imposible:** Es aquel resultado que no puede ocurrir. Por ejemplo, que se obtenga un número mayor que 6 al lanzar un dado común.
- **Suceso Seguro:** Es aquel resultado que siempre ocurre. Por ejemplo, cuando se desea sacar una carta roja de una baraja inglesa que posee sólo cartas de corazón y diamante.

Eventos o Sucesos

Algunas relaciones que se dan entre dos o más sucesos son:

- **Sucesos Mutuamente Excluyentes:** Son aquellos que no pueden ocurrir de forma simultánea. Por ejemplo, si nuestro experimento consiste en lanzar un dado tradicional, un suceso A puede ser “que salga un número par” y un suceso B puede ser “que salga un número impar”.
- **Sucesos Independientes:** Son aquellos sucesos donde la ocurrencia de uno no influye en la ocurrencia del otro. Por ejemplo, si nuestro experimento consiste en lanzar un dado común y una moneda, los resultados de ambos experimentos no influyen entre sí, ya que obtener un 6 por ejemplo no influye en que me vaya a salir cara o sello en la moneda.
- **Sucesos Dependientes:** Son aquellos sucesos donde la ocurrencia de uno afecta en la ocurrencia del otro. Por ejemplo, si mi experimento es sacar dos cartas de una baraja sin reponerlas, mi espacio muestral cambia al sacar la segunda carta y, por lo tanto, se ven afectados los sucesos.

Probabilidad Clásica

Regla de Laplace

Si un experimento aleatorio tiene un número finito de resultados conocidos, de los cuales todos tienen la misma posibilidad de ocurrir, entonces la probabilidad de que ocurra un suceso A es la razón entre el número de casos favorables y el número de todos los casos posibles:

$$P(A) = \frac{\text{casos favorables}}{\text{casos posibles}}$$

Ejemplo: Obtener un par

Para el suceso $A = \text{"Obtener par"}$ al lanzar un dado:

- Casos favorables: $\{2, 4, 6\}$ (3 elementos)
- Casos totales: $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ (6 elementos)

La probabilidad de obtener un número par queda expresa por la siguiente expresión:

$$P(A) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

Probabilidad de Sucesos

Probabilidad de sucesos complementarios

En algunas situaciones nos van a preguntar por la probabilidad de que ocurra la negación de un suceso, en este caso calculamos la probabilidad de la afirmación del suceso y se lo restamos a la unidad. Cabe destacar que si tenemos un suceso A y su negativo A^c , entonces se dice que ambos sucesos son complementarios y la suma de sus probabilidades es igual a 1 :

$$P(A^c) = 1 - P(A)$$

$$P(A) + P(A^c) = 1$$

Problema:

¿Cuál es la probabilidad de que al lanzar dos dados NO se obtenga suma 7?

Solución:

1. Definimos:

- $A = \text{"Suma igual a 7"}$
- $A^c = \text{"Suma diferente de 7"}$

2. Casos favorables para A :

$\{(1, 6), (2, 5), (3, 4), (4, 3), (5, 2), (6, 1)\}$ (6 combinaciones)

3. Casos totales (Principio de Multiplicación):

$$6 \times 6 = 36 \text{ posibles resultados}$$

4. Calculamos:

$$P(A) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

$$P(A^c) = 1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$$

Finalmente, la probabilidad de no obtener 7 es igual a $\frac{5}{6}$

Probabilidad de sucesos mutuamente excluyentes

En algunas situaciones nos van a preguntar por la probabilidad de que ocurra un suceso u otro. En el caso de que estos sucesos sean mutuamente excluyentes calculamos las probabilidades por separado de cada uno de los sucesos y luego sumamos los resultados obtenidos. Si dos sucesos A y B son mutuamente excluyentes, entonces la probabilidad de que ocurra **el suceso A o el suceso B** es:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

Problema

¿Cuál es la probabilidad de sacar un rey o un número de una baraja inglesa?

- Definimos los sucesos:

- $A = \text{"Sacar un rey"} \Rightarrow \text{Casos favorables: } 4 \text{ (1 rey por cada pinta)}$
- $B = \text{"Sacar un número"} \Rightarrow \text{Casos favorables: } 40 \text{ (10 números por pinta} \times 4 \text{ pintas)}$

- Total de cartas: 52

- Probabilidades:

$$P(A) = \frac{4}{52} \quad \text{y} \quad P(B) = \frac{40}{52}$$

- Como son mutuamente excluyentes (una carta no puede ser rey y número a la vez):

$$P(A \cup B) = \frac{4}{52} + \frac{40}{52} = \frac{44}{52} = \frac{11}{13}$$

Probabilidad de sucesos no mutuamente excluyentes

En algunas situaciones nos van a preguntar por la probabilidad de que ocurra un suceso u otro. En el caso de que los sucesos no sean mutuamente excluyentes, sumamos las probabilidades por separado de cada uno de los sucesos y le restamos la probabilidad de que ocurran ambos sucesos juntos. Si dos sucesos A y B no son mutuamente excluyentes, entonces la probabilidad de que ocurra el suceso A o el suceso B es:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

Problema:

¿Cuál es la probabilidad de sacar una bolita con número mayor que 15 o múltiplo de 4 de una caja con 25 bolitas (1 al 25)?

- Definimos los sucesos:

- $A = \text{"Número"} > 15 \Rightarrow \{16, 17, \dots, 25\}$ (10 casos)
- $B = \text{"Múltiplo de 4"} \Rightarrow \{4, 8, 12, 16, 20, 24\}$ (6 casos)
- $A \cap B = \text{"Número"} > 15 \text{ y múltiplo de 4} \Rightarrow \{16, 20, 24\}$ (3 casos)

- Total de bolitas: 25

- Probabilidades:

$$P(A) = \frac{10}{25}, \quad P(B) = \frac{6}{25}, \quad P(A \cap B) = \frac{3}{25}$$

- Aplicamos la fórmula:

$$P(A \cup B) = \frac{10}{25} + \frac{6}{25} - \frac{3}{25} = \frac{13}{25}$$

Probabilidad de sucesos independientes

En algunas situaciones nos van a preguntar por la probabilidad de que ocurran dos sucesos simultáneamente, en el caso de que esos sucesos sean independientes, entonces calculamos las probabilidades por separado de cada uno de los sucesos y luego multiplicamos los resultados obtenidos. Si dos sucesos A y B son independientes, entonces la probabilidad de que ocurra el suceso A y el suceso B es:

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$$

Probabilidad y Estadística



Problema

¿Cuál es la probabilidad de que al lanzar un dado estándar dos veces se obtenga:

- Un 5 en el primer lanzamiento (A)
- Un número par en el segundo lanzamiento (B)

Solución

1. Definir los sucesos:

- A = "Obtener 5 en primer lanzamiento"
- B = "Obtener par en segundo lanzamiento"

2. **Verificar independencia:** Los sucesos son independientes porque el resultado del primer lanzamiento no influye en el segundo.

3. Calcular probabilidades individuales:

$$P(A) = \frac{\text{Casos favorables}}{\text{Casos totales}} = \frac{1}{6}$$

$$P(B) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} \quad (\text{Los pares son } \{2, 4, 6\})$$

4. Aplicar regla de multiplicación:

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B) = \frac{1}{6} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{12}$$



**¡Muchas gracias
por su atención!**

Ejemplo



63) ¿Cuál es la probabilidad que al lanzar 3 monedas, simultáneamente, 2 sean caras y 1 sea sello ?

a) $\frac{3}{8}$

b) $\frac{1}{8}$

c) $\frac{2}{8}$

d) $\frac{1}{3}$

e) $\frac{2}{3}$

Ejemplo



63) ¿Cuál es la probabilidad que al lanzar 3 monedas, simultáneamente, 2 sean caras y 1 sea sello ?

a) $\frac{3}{8}$

b) $\frac{1}{8}$

c) $\frac{2}{8}$

d) $\frac{1}{3}$

e) $\frac{2}{3}$

Ejemplo



64) ¿Cuál es la probabilidad de obtener tres números **unos** al lanzar tres dados ?

a) $\frac{3}{216}$

b) $\frac{1}{216}$

c) $\frac{3}{18}$

d) $\frac{1}{18}$

e) Ninguno de los valores anteriores

Ejemplo



64) ¿Cuál es la probabilidad de obtener tres números **unos** al lanzar tres dados ?

a) $\frac{3}{216}$

b) $\frac{1}{216}$

c) $\frac{3}{18}$

d) $\frac{1}{18}$

e) Ninguno de los valores anteriores

Ejemplo



65) De una tómbola se saca una de 30 bolitas numeradas de 1 a 30. ¿Cuál es la probabilidad de que el número de la bolita extraída sea múltiplo de 4 ?

a) $\frac{23}{30}$

b) $\frac{4}{30}$

c) $\frac{7}{30}$

d) $\frac{30}{7}$

e) $\frac{30}{23}$

Ejemplo



65) De una tómbola se saca una de 30 bolitas numeradas de 1 a 30. ¿Cuál es la probabilidad de que el número de la bolita extraída sea múltiplo de 4 ?

a) $\frac{23}{30}$

b) $\frac{4}{30}$

☒ c) $\frac{7}{30}$

d) $\frac{30}{7}$

e) $\frac{30}{23}$

Ejemplo



64) En un estante se tienen en total 13 libros de los cuales solo 8 son de matemática. Si la mitad de los libros de matemática son rojos, ¿cuál es la probabilidad de que al elegir al azar un libro del estante, éste sea rojo y de matemática?

- a) $\frac{1}{2}$
- b) $\frac{1}{13}$
- c) $\frac{1}{4}$
- d) $\frac{4}{13}$
- e) $\frac{12}{13}$

Ejemplo



64) En un estante se tienen en total 13 libros de los cuales solo 8 son de matemática. Si la mitad de los libros de matemática son rojos, ¿cuál es la probabilidad de que al elegir al azar un libro del estante, éste sea rojo y de matemática?

- a) $\frac{1}{2}$
- b) $\frac{1}{13}$
- c) $\frac{1}{4}$
- ☒ d) $\frac{4}{13}$
- e) $\frac{12}{13}$