



CLASE N°9:

“Función Potencia, Exponencial y Logaritmo”

Objetivos de la clase:

- Gráfico de la función potencia, exponencial y logarítmica.
- Problemas que involucren la función potencia, exponencial y logarítmica en diversos contextos.



Prueba de Acceso a la Educación Superior



Eje de contenidos de M2:

1

Álgebra y Funciones

2

Geometría

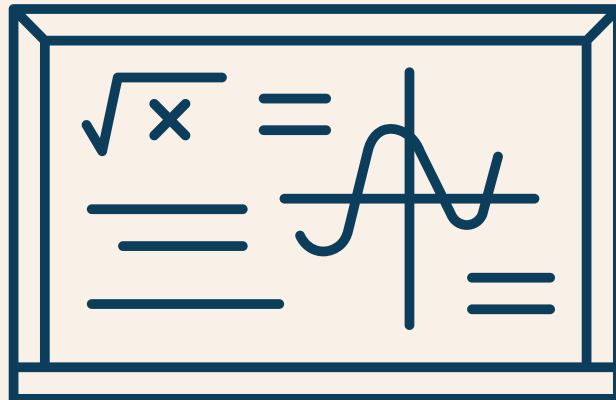
3

Números

4

Probabilidad y Estadística

Eje de Álgebra y Funciones



~~M2~~

~~EXPRESIONES ALGEBRAICAS~~

~~M2~~

~~ECUACIÓN LINEALES~~

~~M2~~

~~FUNCIÓN LINEAL Y AFÍN~~

~~M2~~

~~PROPORCIONALIDAD~~

~~M2~~

~~SISTEMAS DE ECUACIONES~~

~~M2~~

~~FUNCIÓN CUADRÁTICA~~

M2

FUNCIÓNES POTENCIA, EXP Y LOG

M2

FUNCIÓN TRIGONOMÉTRICA

M2

INECUACIÓN LINEALES

Reglas de la clase



**RITMO DE LA
CLASE**



**PREGUNTAS EN
CLASE**



**DUDAS AL
CORREO**

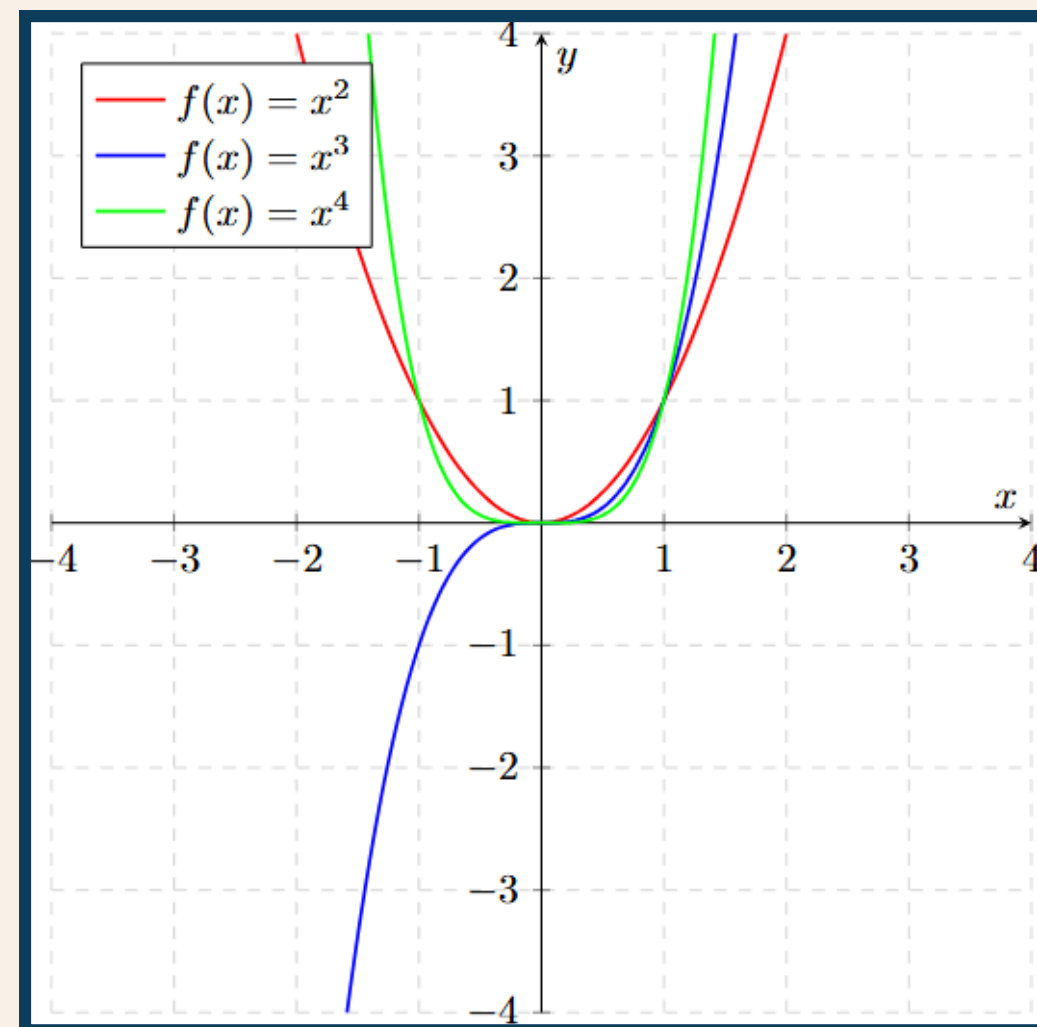
Función Potencia

Función Potencia

Una **Función Potencia** es una función de la forma con

$$f(x) = a \cdot x^n \quad \text{con } a \in \mathbb{R} \setminus \{0\} \text{ y } n \in \mathbb{Z} \setminus \{0\}$$

donde a es llamado **coeficiente** y n es llamado **exponente**.

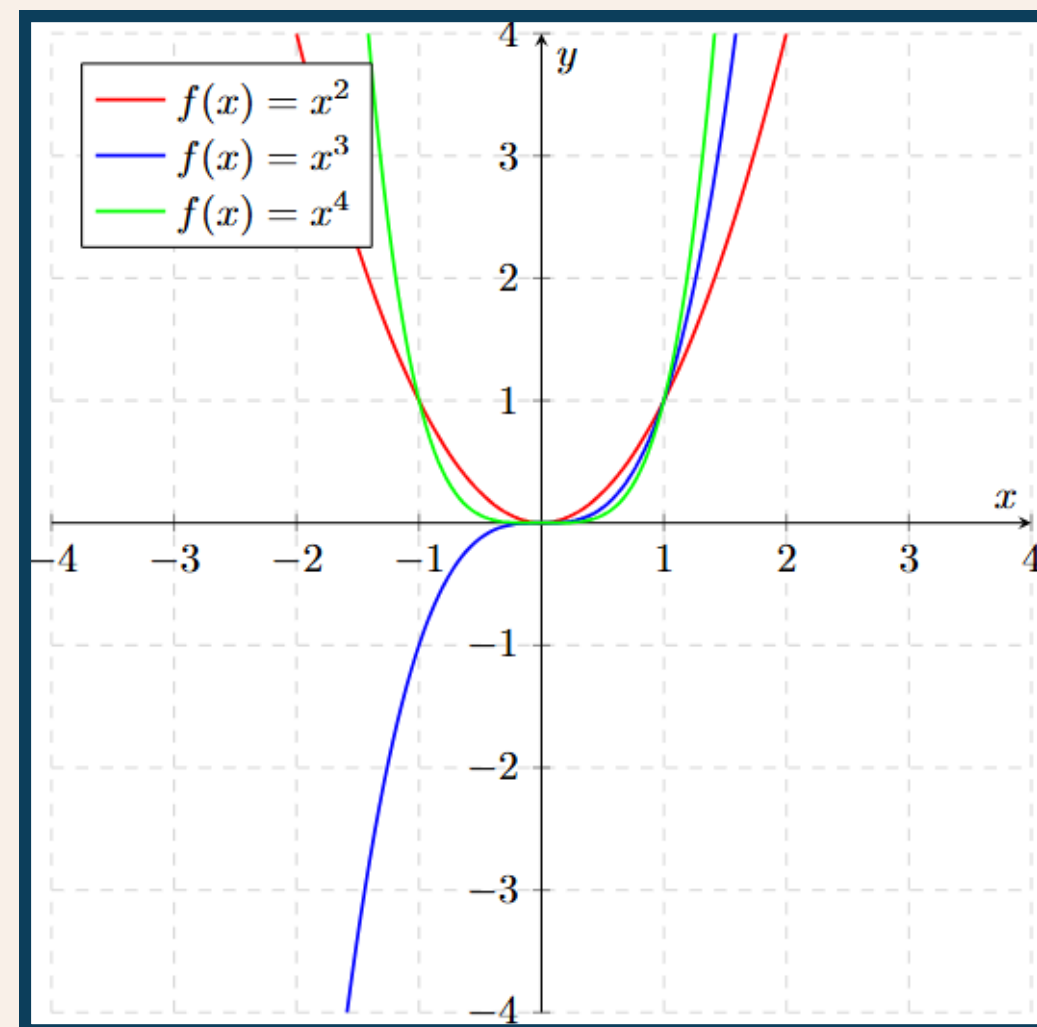


Función Potencia

Una **Función Potencia** es una función de la forma con

$$f(x) = a \cdot x^n \quad \text{con } a \in \mathbb{R} \setminus \{0\} \text{ y } n \in \mathbb{Z} \setminus \{0\}$$

donde a es llamado **coeficiente** y n es llamado **exponente**.



El exponente de estas funciones si es par o impar, determina su simetría y comportamiento.

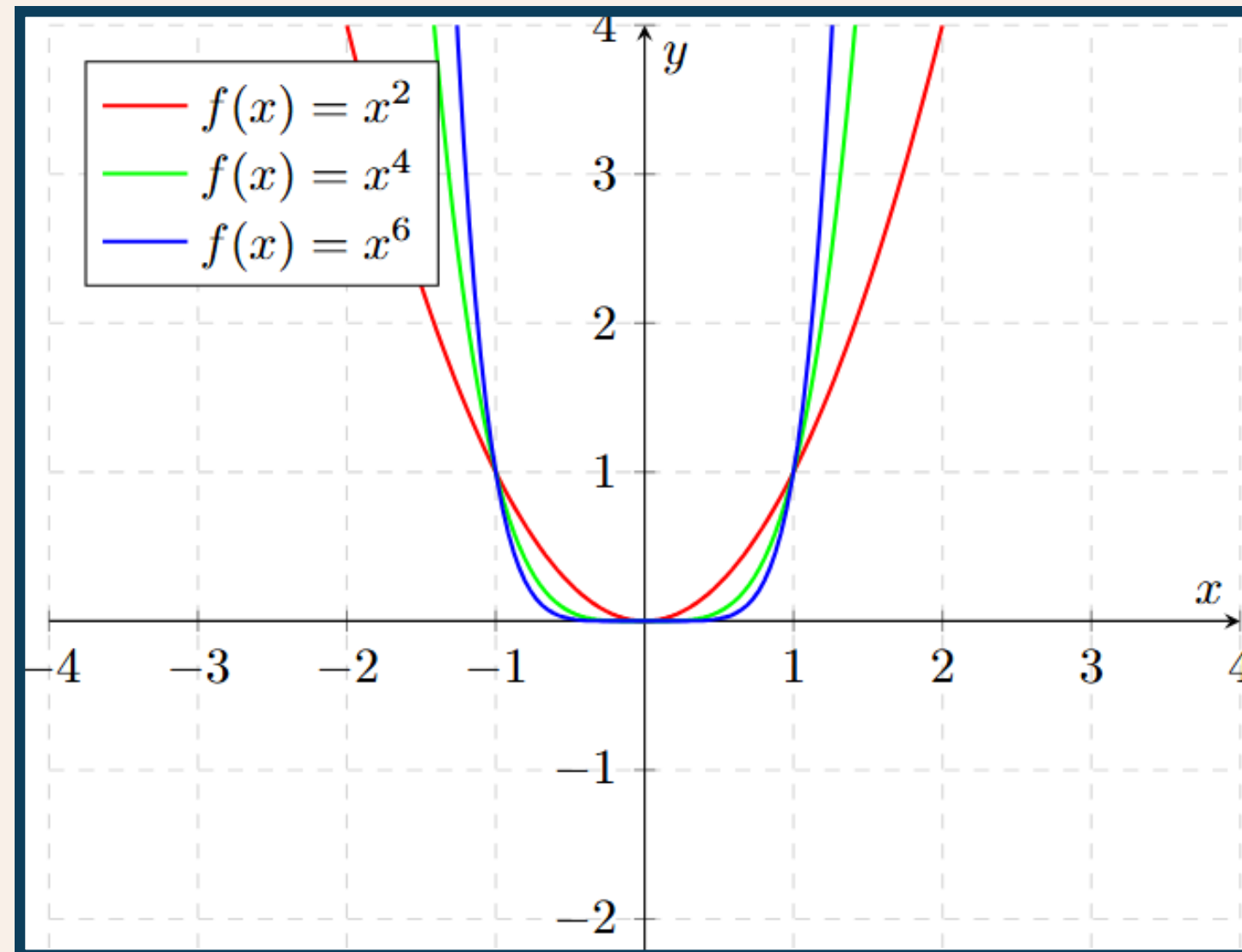
Función Potencia:

Pares e Impares

Funciones Potencia Pares

Las funciones con exponente par ($n = 2, 4, 6, \dots$) tienen características especiales:

- Son simétricas respecto al eje y .
- Todas pasan por los puntos $(-1,1)$, $(0,0)$ y $(1,1)$.



- Su gráfica tiene forma de parábola cuando $n=2$ y se hace más "plana" cerca del origen para $n>2$.

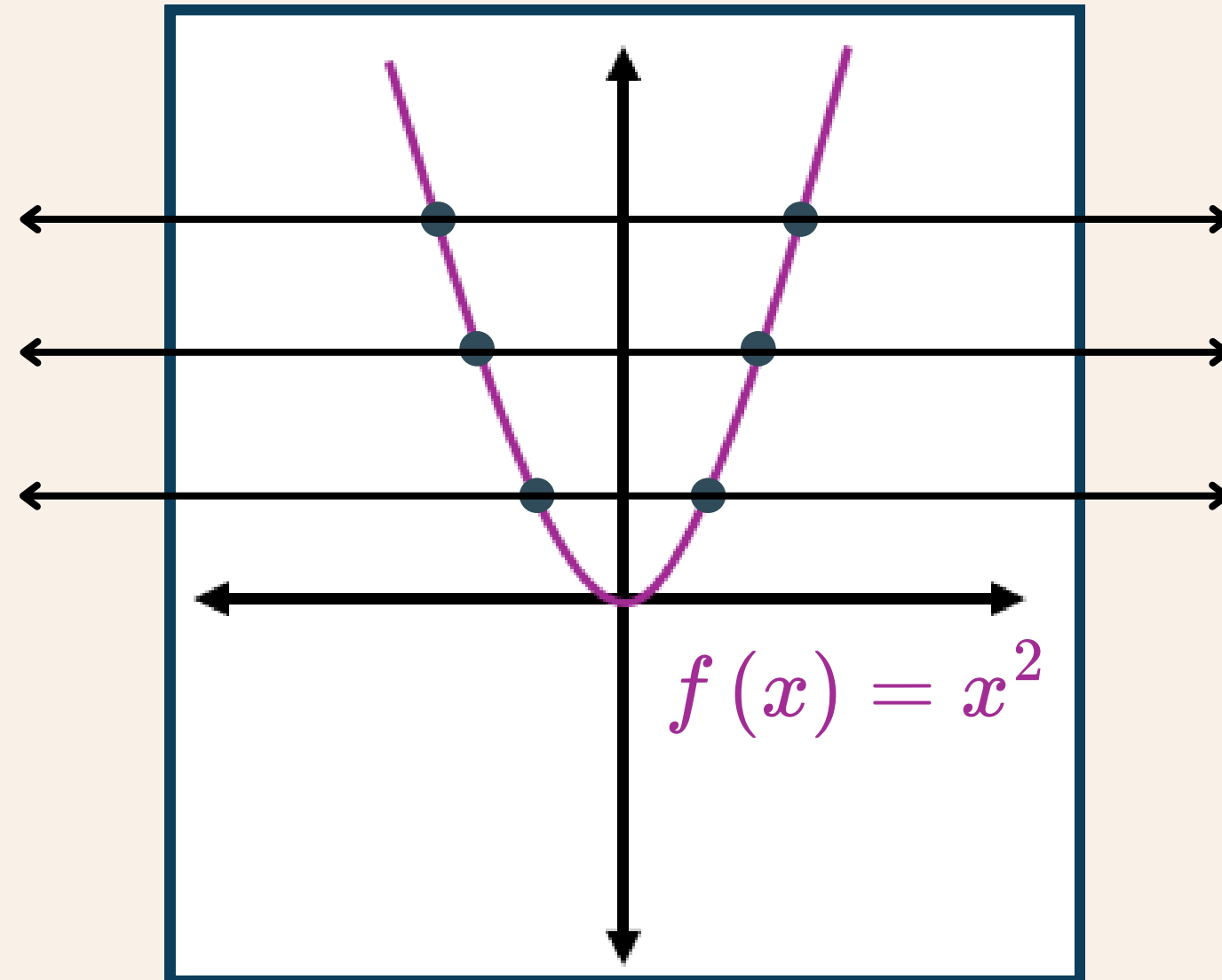
Paridad

$$f(x) = f(-x)$$

$$f(-3) = (-3)^2 = 9$$

$$f(-2) = (-2)^2 = 4$$

$$f(-1) = (-1)^2 = 1$$



$$f(3) = (3)^2 = 9$$

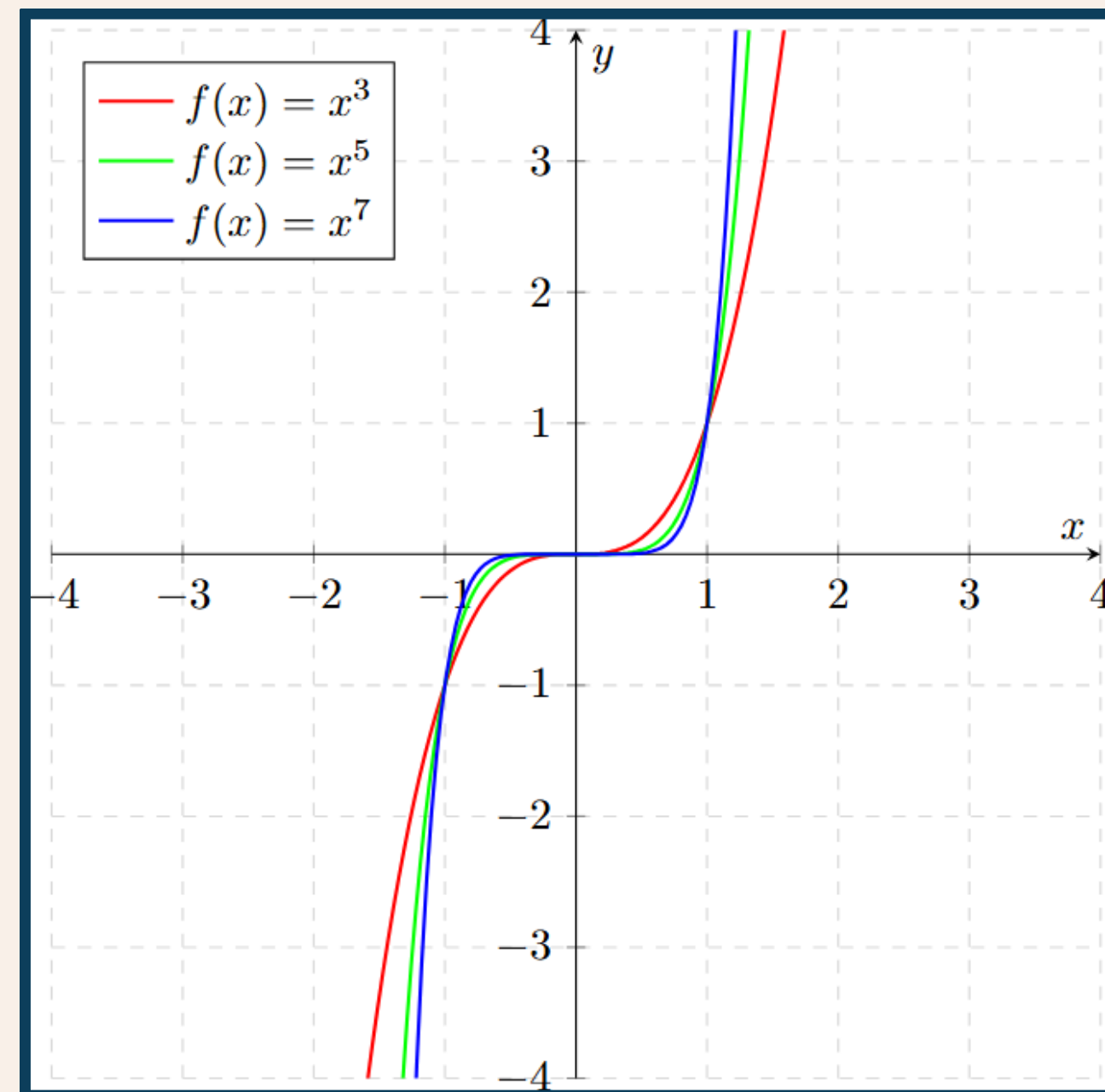
$$f(2) = (2)^2 = 4$$

$$f(1) = (1)^2 = 1$$

Funciones Potencia Impares

Las funciones con exponente impar ($n = 3, 5, 7, \dots$) presentan un comportamiento diferente:

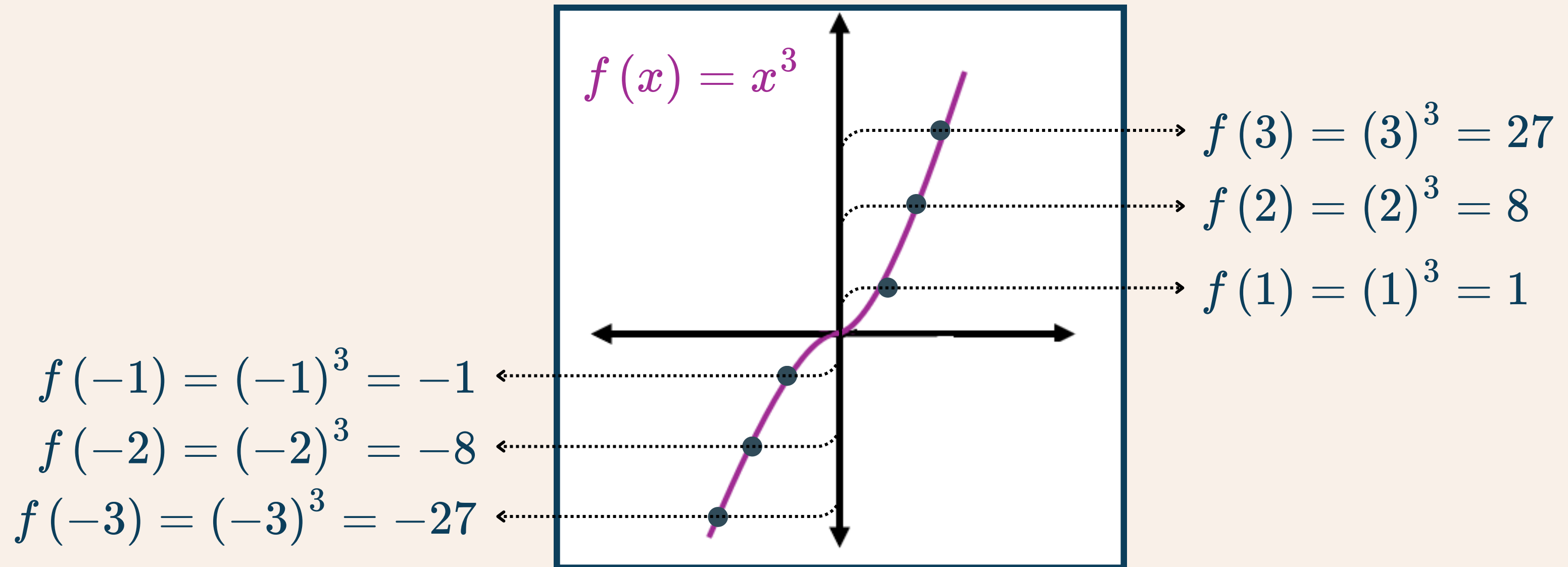
- Son simétricas respecto al origen.
- Todas pasan por los puntos $(-1,-1)$, $(0,0)$ y $(1,1)$.



- Su gráfica pasa del tercer cuadrante al primer cuadrante

Imparidad

$$-f(x) = f(-x)$$

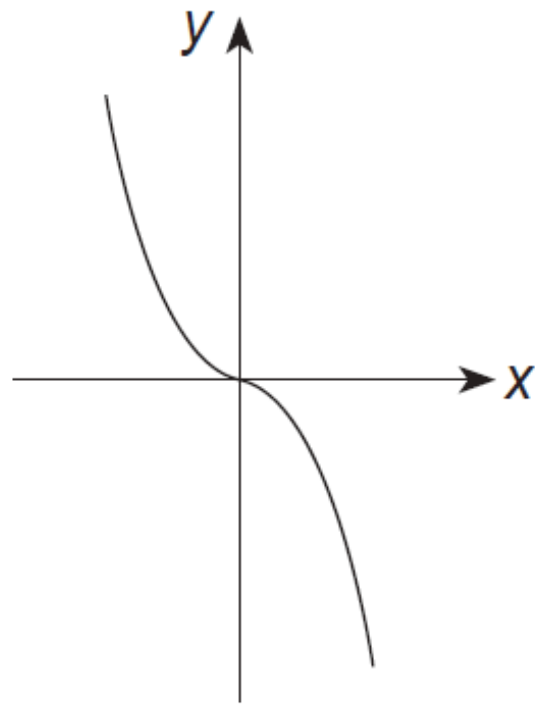


Ejemplo

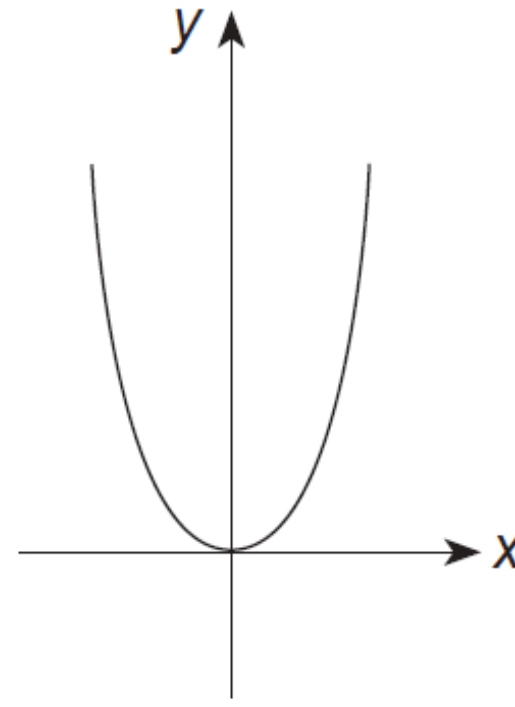


10. Si a es un número real negativo y n es un número entero mayor que 2, ¿cuál(es) de los siguientes gráficos podría(n) representar a una función de la forma $f(x) = (a \cdot x)^n$?

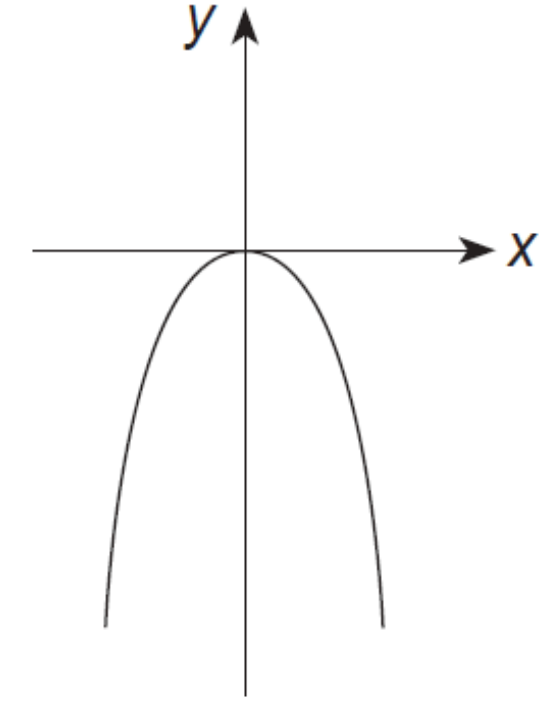
I)



II)



III)

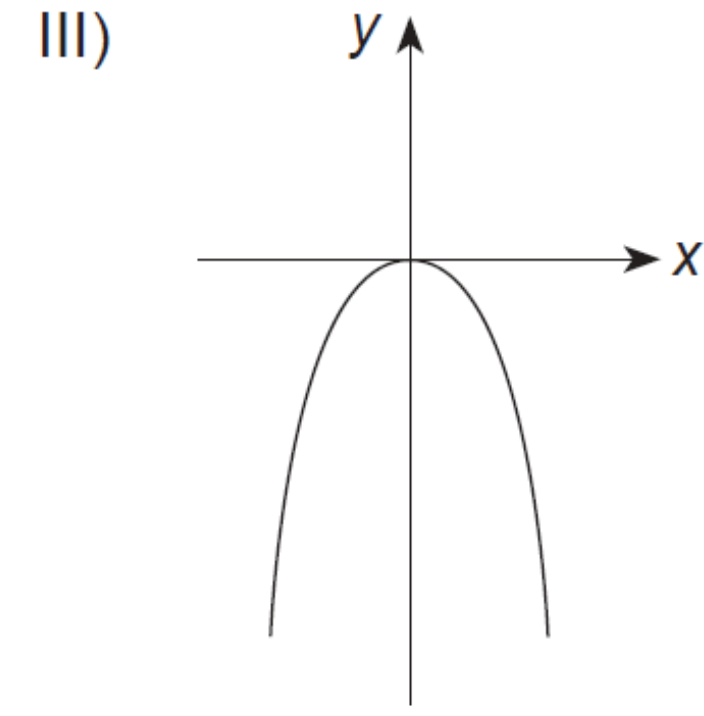
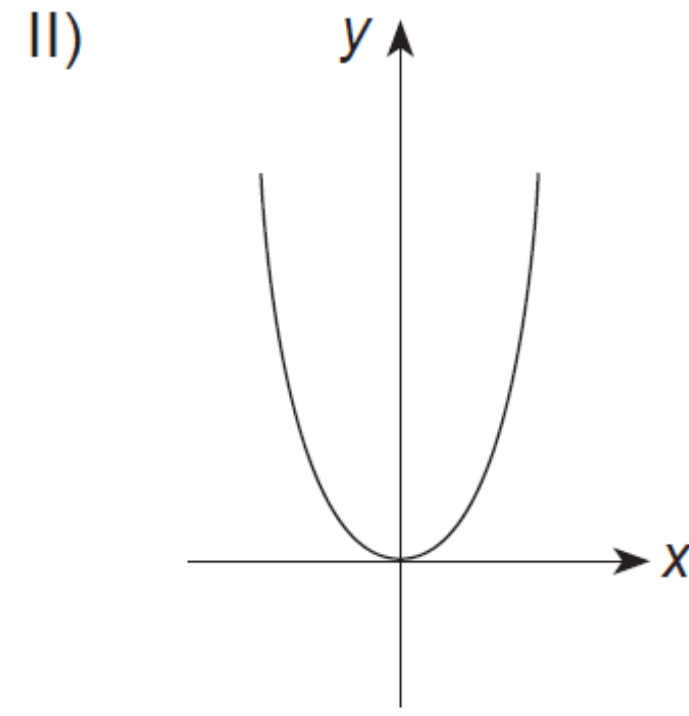
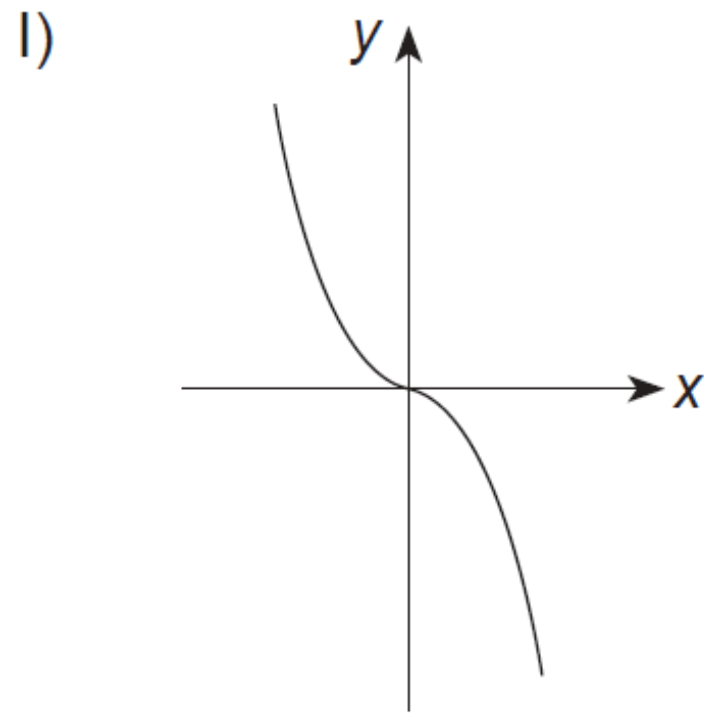


- A) Solo I
- B) Solo II
- C) Solo III
- D) Solo I y II
- E) Solo I y III

Ejemplo



10. Si a es un número real negativo y n es un número entero mayor que 2, ¿cuál(es) de los siguientes gráficos podría(n) representar a una función de la forma $f(x) = (a \cdot x)^n$?



- A) Solo I
- B) Solo II
- C) Solo III
- ☒ D) Solo I y II
- E) Solo I y III

Ejemplo



13. Sean $p(x) = x^3$ y $m(x) = x^4$ funciones reales. Considerando el plano cartesiano, **NO** es correcto afirmar que el gráfico asociado a
- A) p tiene simetría central con respecto al origen.
 - B) $h(x) = -x^4$ y el gráfico asociado a m son simétricos con respecto al eje X .
 - C) $f(x) = (x - 1)^3$ es igual que el gráfico asociado a p , pero trasladado hacia la izquierda.
 - D) m tiene simetría axial con respecto al eje Y .
 - E) $g(x) = x^4 - 1$ es igual que el gráfico asociado a m , pero trasladado hacia abajo.

Ejemplo



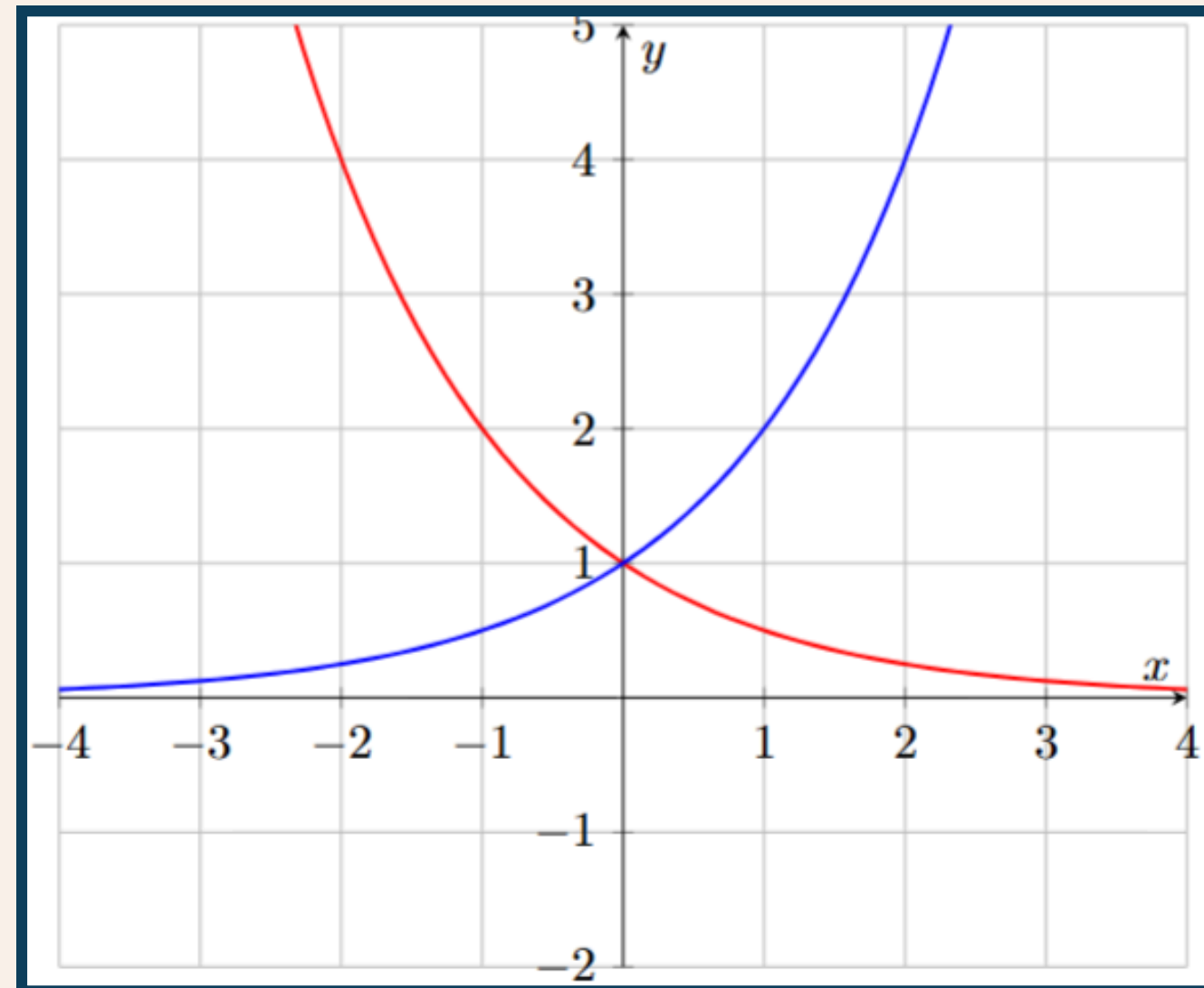
13. Sean $p(x) = x^3$ y $m(x) = x^4$ funciones reales. Considerando el plano cartesiano, **NO** es correcto afirmar que el gráfico asociado a
- A) p tiene simetría central con respecto al origen.
 - B) $h(x) = -x^4$ y el gráfico asociado a m son simétricos con respecto al eje X .
 - ☒ C) $f(x) = (x - 1)^3$ es igual que el gráfico asociado a p , pero trasladado hacia la izquierda.
 - D) m tiene simetría axial con respecto al eje Y .
 - E) $g(x) = x^4 - 1$ es igual que el gráfico asociado a m , pero trasladado hacia abajo.

Función Exponencial

Función Exponencial

Una **Función Exponencial** es una función de la forma con

$$f(x) = a^x \quad \text{con } a \in \mathbb{R}^+ \setminus \{1\}$$

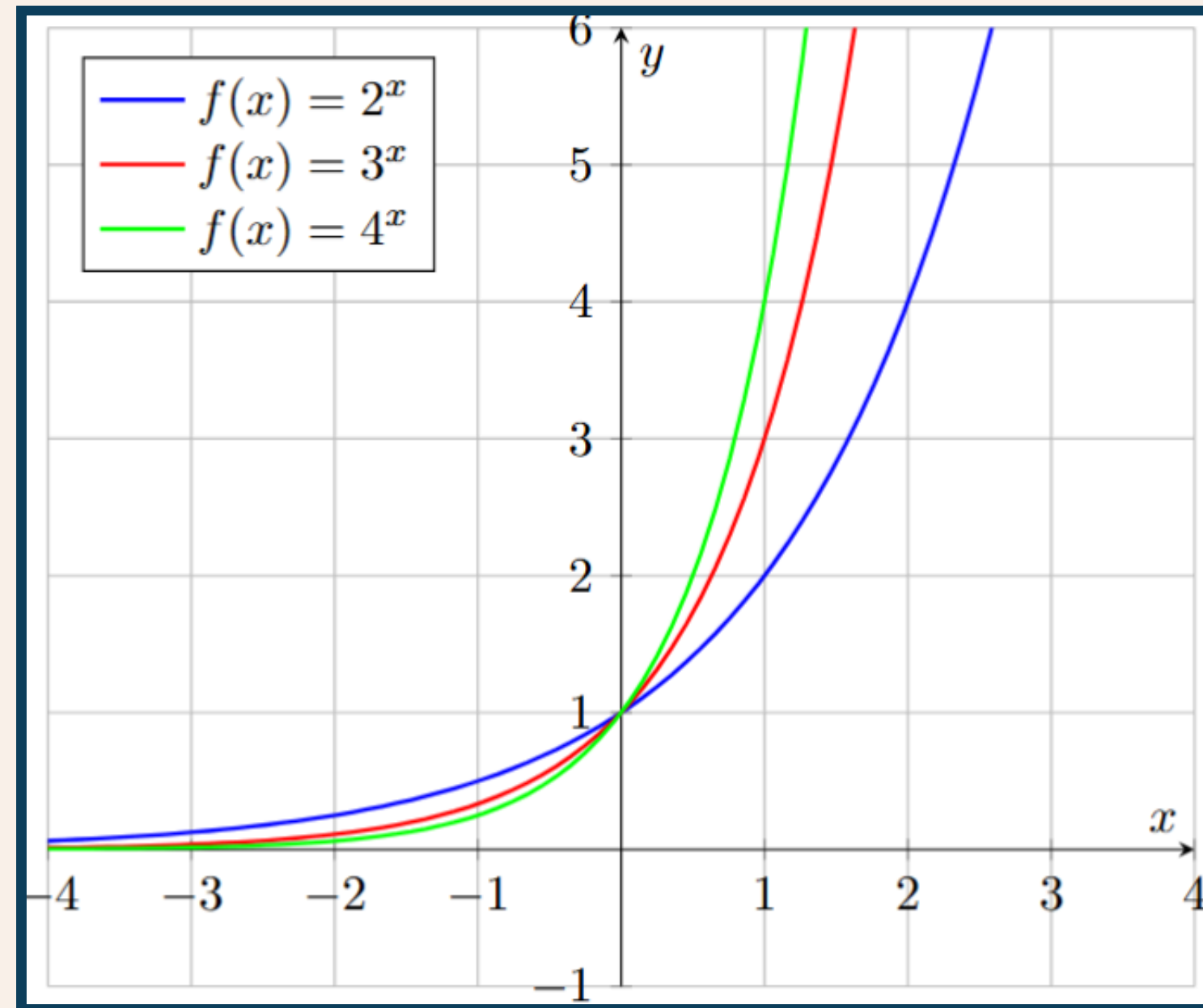


Función Exponencial:

$$a > 1$$

Función Exponencial

La Función Exponencial $f(x) = a^x$ con $a > 1$ es siempre creciente

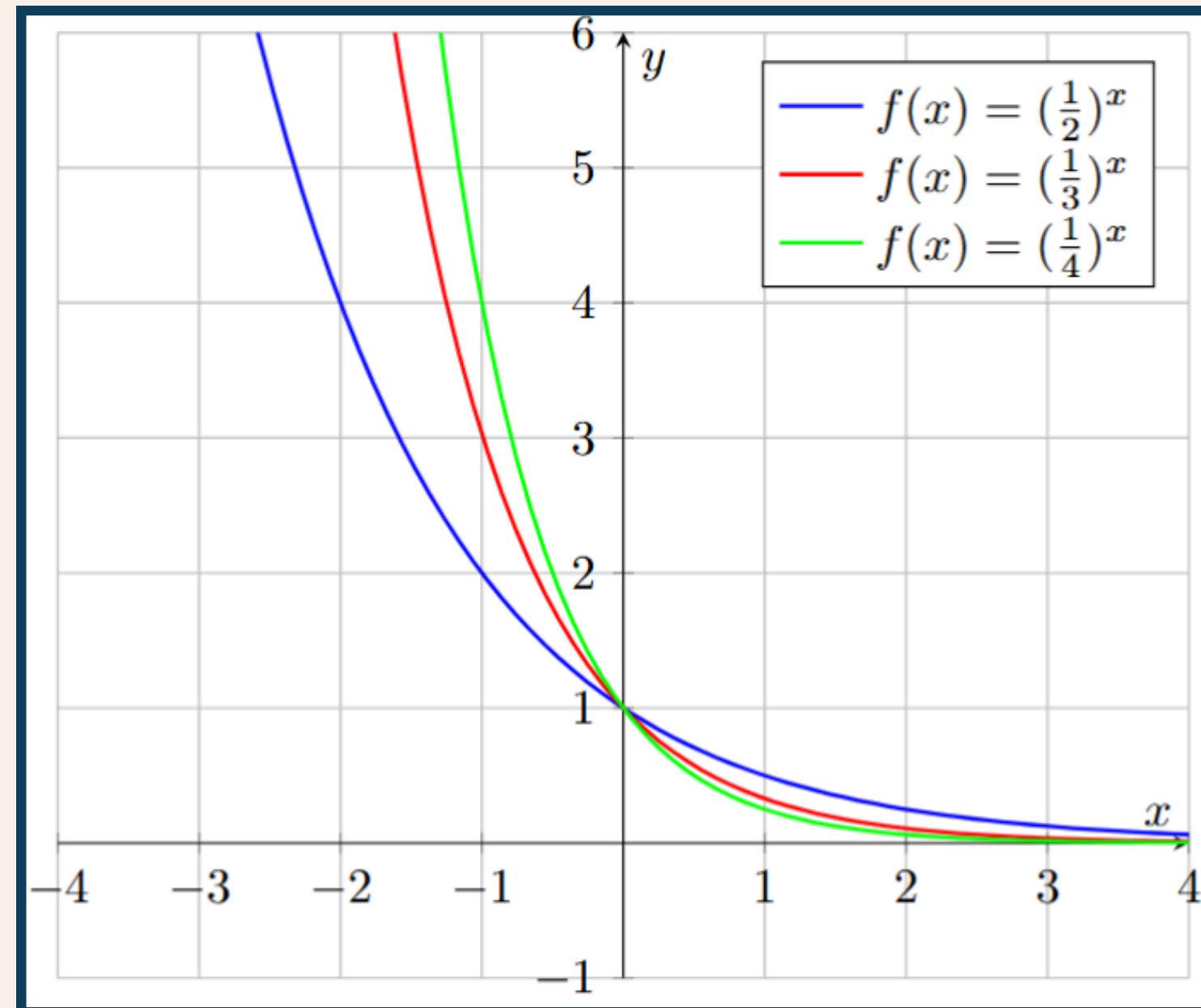


Función Exponencial:

$$0 < a < 1$$

Función Exponencial

La Función Exponencial $f(x) = a^x$ con $0 < a < 1$ es siempre decreciente



Ejemplo



7. Sea la función real $f(x) = 7^x$. ¿Cuál(es) de las siguientes afirmaciones es (son) verdadera(s)?

- I) El recorrido de f son los números reales.
- II) La función es creciente.
- III) La representación gráfica de f no intersecta al eje de las abscisas.

- A) Solo III
- B) Solo I y II
- C) Solo II y III
- D) I, II y III
- E) Ninguna de ellas.

Ejemplo



7. Sea la función real $f(x) = 7^x$. ¿Cuál(es) de las siguientes afirmaciones es (son) verdadera(s)?

- I) El recorrido de f son los números reales.
- II) La función es creciente.
- III) La representación gráfica de f no intersecta al eje de las abscisas.

- A) Solo III
- B) Solo I y II
- C) Solo II y III
- ☒ D) I, II y III
- E) Ninguna de ellas.

Ejemplo



11. Según la función $f(x) = a^x$, definida en los reales, con a positivo y distinto de uno. ¿Cuál(es) de las siguientes afirmaciones es (son) **siempre** verdadera(s)?

- I) Si $x > 0$, la función es creciente.
- II) Si $a > 1$, la función es creciente.
- III) Si $0 < a < 1$, la función es decreciente.

- A) Solo I
- B) Solo II
- C) Solo I y III
- D) Solo II y III
- E) I, II y III

Ejemplo



11. Según la función $f(x) = a^x$, definida en los reales, con a positivo y distinto de uno. ¿Cuál(es) de las siguientes afirmaciones es (son) **siempre** verdadera(s)?

- I) Si $x > 0$, la función es creciente.
- II) Si $a > 1$, la función es creciente.
- III) Si $0 < a < 1$, la función es decreciente.

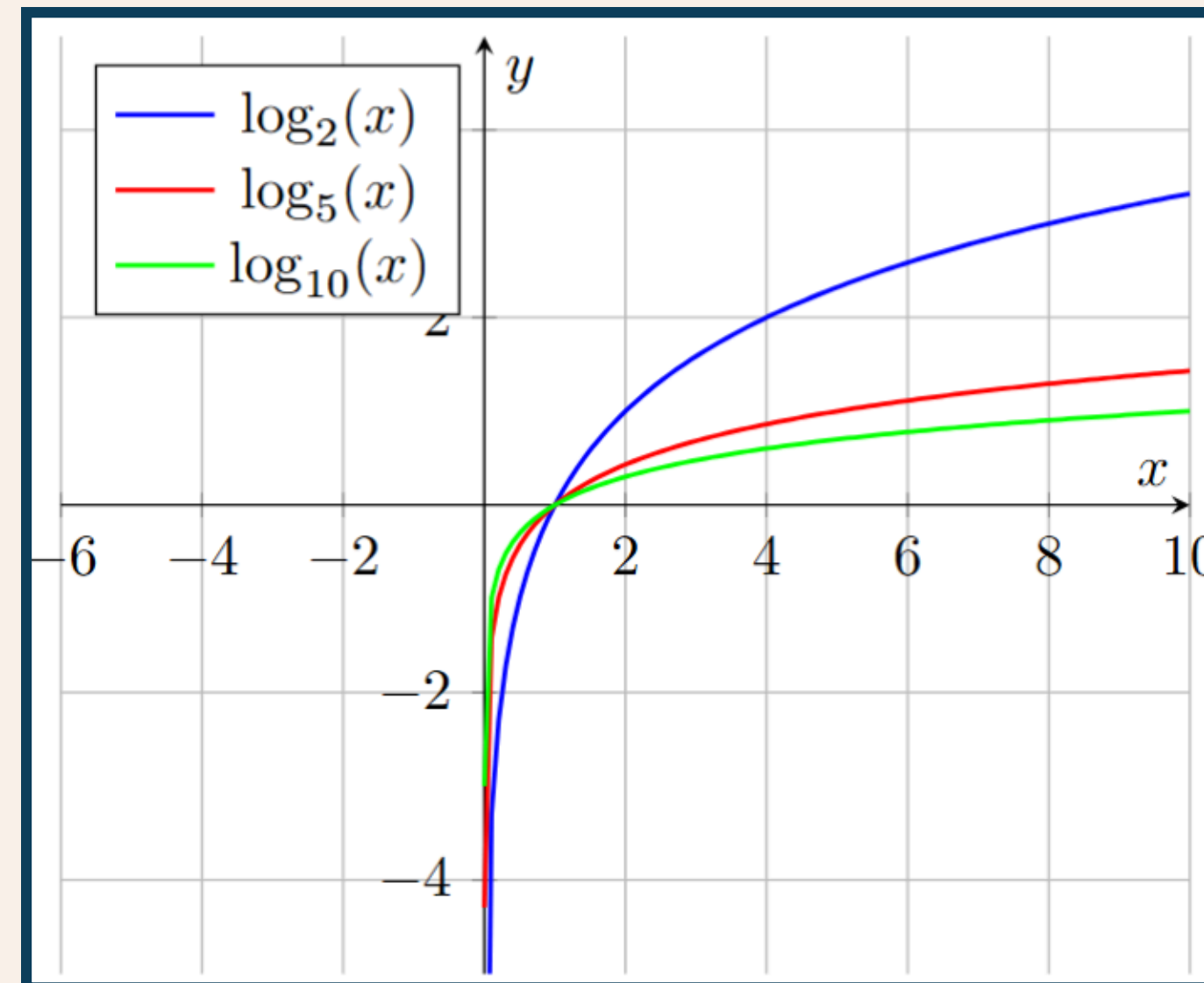
- A) Solo I
- B) Solo II
- C) Solo I y III
- ☒ D) Solo II y III
- E) I, II y III

Función Logarítmica

Función Logarítmica

Una **Función Logarítmica** es una función de la forma con

$$f(x) = \log_b(x) \quad \text{con } b \in \mathbb{R}^+ \setminus \{1\}$$

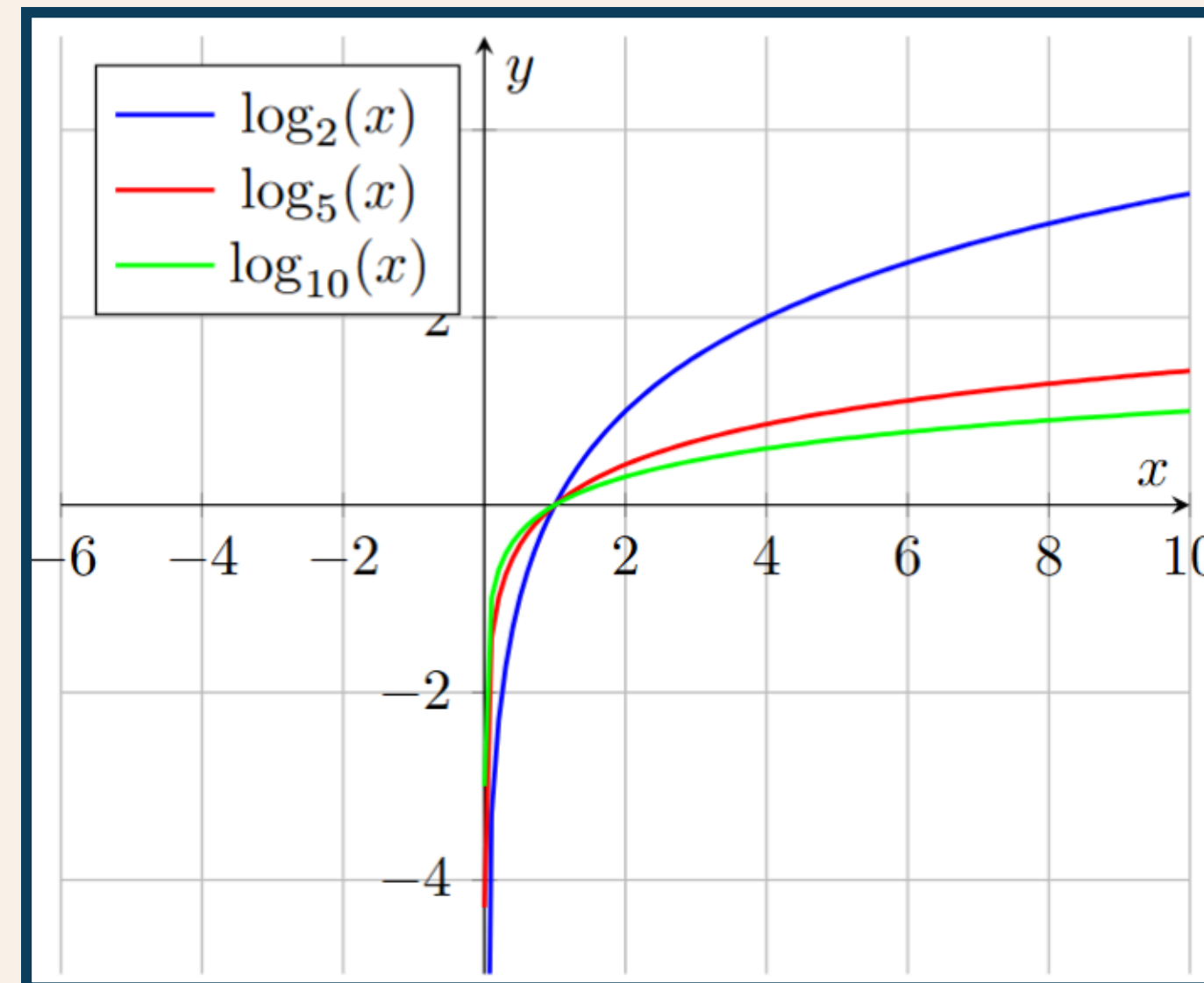


Función Logaítmica:

$$b > 1$$

Función Logarítmica

La Función Logarítmica $f(x) = \log_b(x)$ con $b > 1$ es siempre creciente

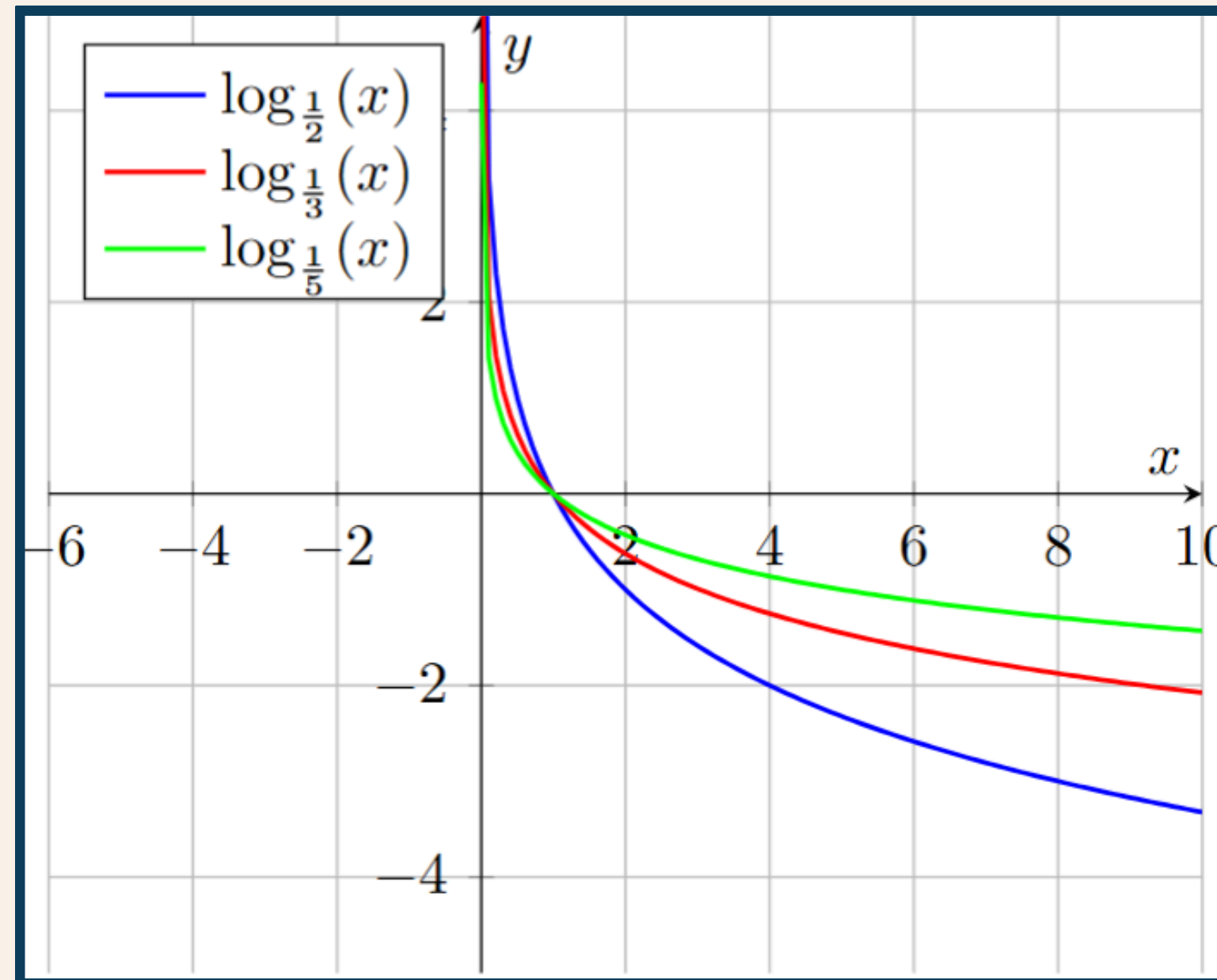


Función Logarítmica:

$$0 < b < 1$$

Función Logarítmica

La Función Logarítmica $f(x) = \log_b(x)$ con $0 < b < 1$ es siempre decreciente



Ejemplo



7. Según la función real $f(x) = \log_2 (x + 1)$, ¿cuál(es) de las siguientes afirmaciones es (son) verdadera(s)?

I) $f\left(\frac{-1}{2}\right) = -1$

II) La gráfica de la función no intersecta al eje de las ordenadas.

III) La gráfica de la función es creciente.

A) Solo I

B) Solo III

C) Solo I y II

D) Solo I y III

E) I, II y III

Ejemplo



7. Según la función real $f(x) = \log_2 (x + 1)$, ¿cuál(es) de las siguientes afirmaciones es (son) verdadera(s)?

I) $f\left(\frac{-1}{2}\right) = -1$

II) La gráfica de la función no intersecta al eje de las ordenadas.

III) La gráfica de la función es creciente.

A) Solo I

B) Solo III

C) Solo I y II

D) Solo I y III

☒ E) I, II y III

Ejemplo



8. Sea la función $f(x) = \log_4 x$, definida en los reales positivos. ¿Cuál(es) de las siguientes afirmaciones es (son) verdadera(s)?

- I) $f(0,25) = -1$
- II) El gráfico de la función intersecta al eje de las abscisas en $(1, 0)$.
- III) El recorrido de la función es el conjunto $\mathbb{R}$.

- A) Solo I
- B) Solo I y II
- C) Solo I y III
- D) Solo II y III
- E) I, II y III

Ejemplo



8. Sea la función $f(x) = \log_4 x$, definida en los reales positivos. ¿Cuál(es) de las siguientes afirmaciones es (son) verdadera(s)?

- I) $f(0,25) = -1$
- II) El gráfico de la función intersecta al eje de las abscisas en $(1, 0)$.
- III) El recorrido de la función es el conjunto $\mathbb{R}$.

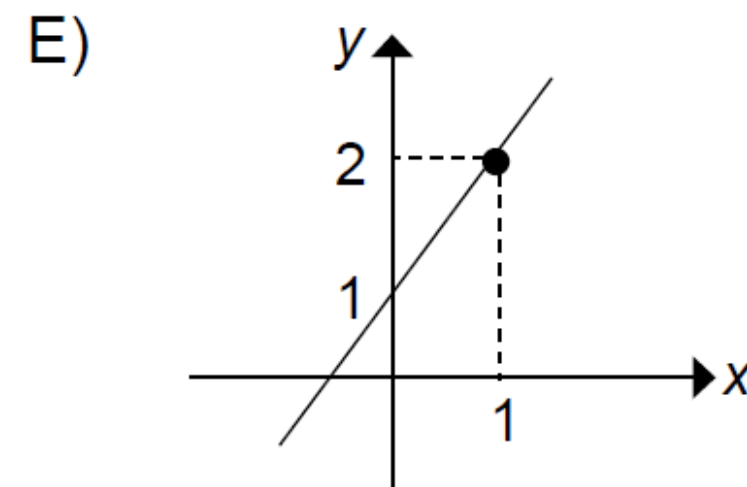
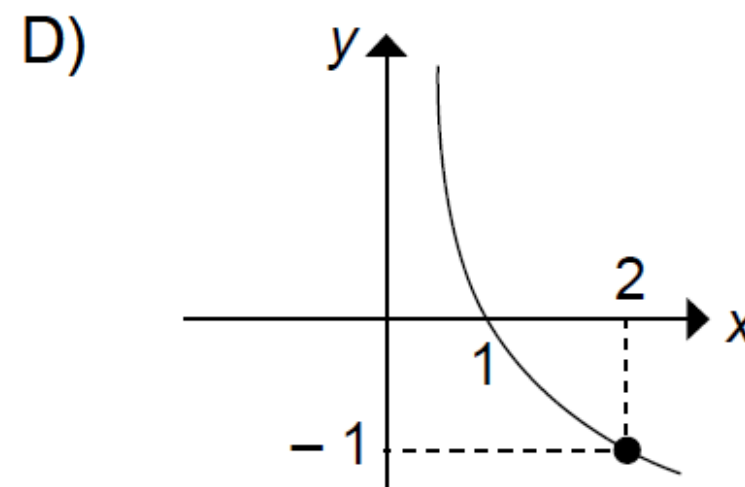
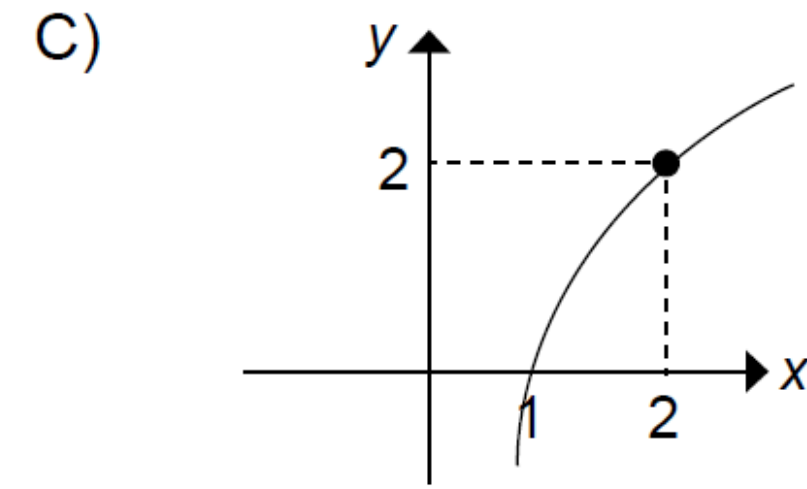
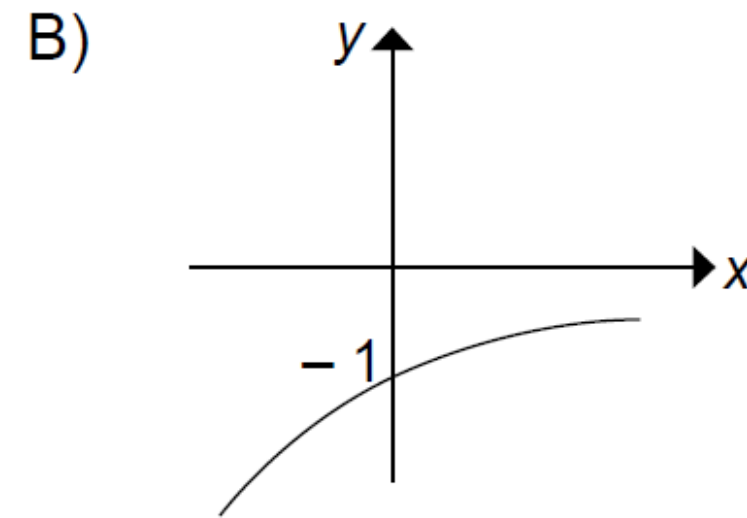
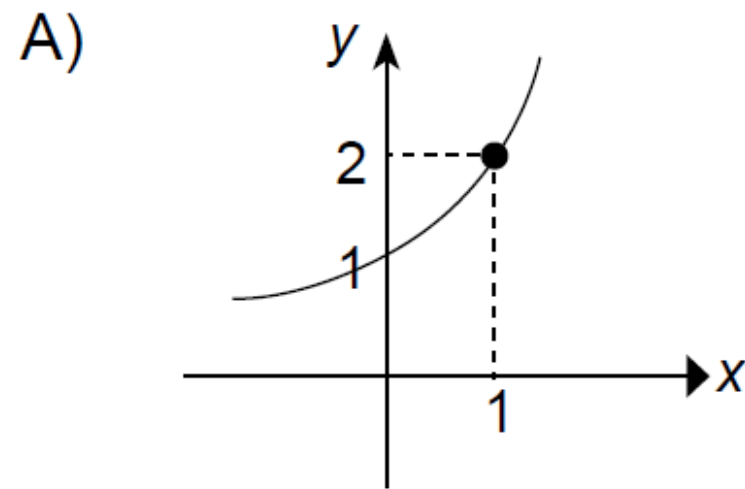
- A) Solo I
- ☒ B) Solo I y II
- C) Solo I y III
- D) Solo II y III
- E) I, II y III



**¡Muchas gracias
por su atención!**

Ejemplo

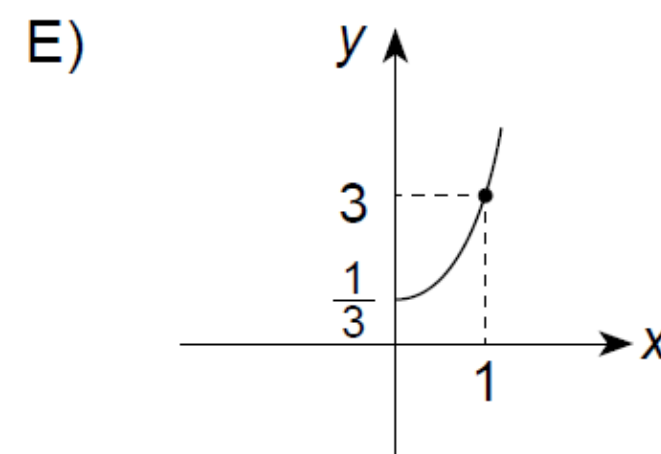
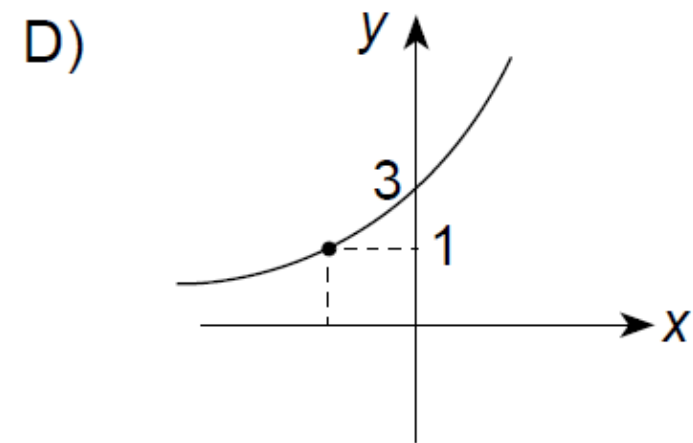
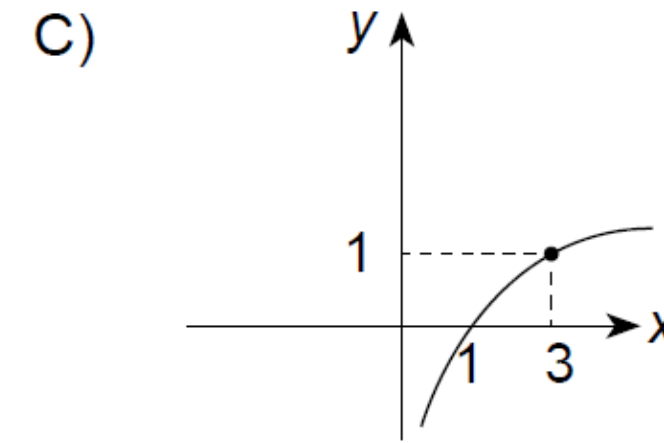
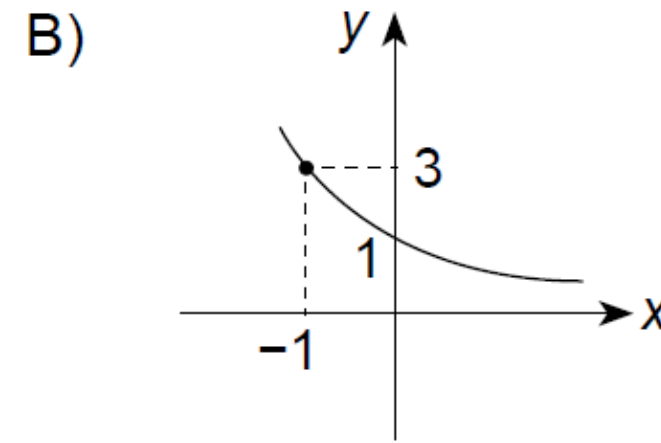
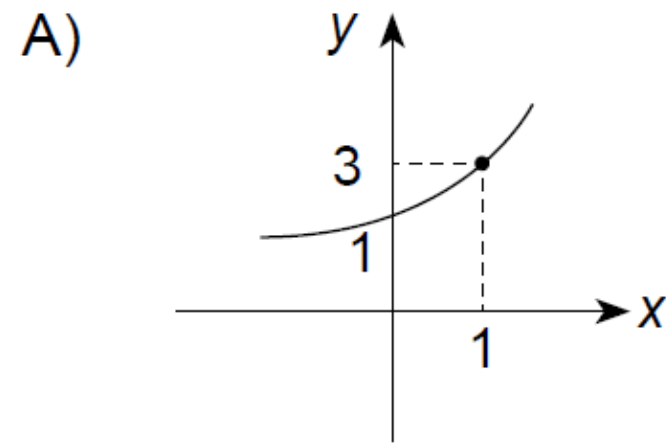
14. ¿Cuál de los siguientes gráficos representa **mejor** a la función real $f(x) = \log_{\frac{1}{2}} x$?



Ejemplo



13. ¿Cuál de los siguientes gráficos representa **mejor** a la función $f(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^{-x}$?



Ejemplo



15. Sean las funciones reales $f(x) = \frac{3x^3}{2}$, $g(x) = \left(\frac{3x}{2}\right)^3$ y $h(x) = \frac{(3x)^3}{2}$. ¿Cuál(es) de las siguientes afirmaciones es (son) verdadera(s)?

I) $h(-1) < g(-1) < f(-1)$

II) $f\left(\frac{2}{3}\right) < g\left(\frac{2}{3}\right)$

III) $h\left(\frac{-1}{6}\right) < g\left(\frac{-1}{6}\right)$

- A) Solo I
- B) Solo II
- C) Solo I y III
- D) Solo II y III
- E) I, II y III

Ejemplo



Si $f(x) = 3 \cdot 2^{1-x}$, entonces $f(-1)$ es:

A) 12

B) 0

C) 1

D) 3

E) 36

Ejemplo



Sean las funciones $f(x) = x^4$ y $g(x) = x^2$, con dominio el conjunto de los números reales. ¿Cuál es el menor conjunto que contiene a todos los números reales que satisfacen la desigualdad $f(x) \leq g(x)$?

- A) $\mathbb{R}$
- B) $] -\infty, -1[\cup] 1, \infty[$
- C) $] -1, 1[$
- D) $[0, 1]$
- E) $[-1, 1]$