Guía N°16 (M2)

<< Razones Trigonométricas >>

NOMBRE: _____

I. Introducción

Se debe tener en cuenta que los dibujos que aparecen en la “PAES” son solo referenciales y por lo tanto cualquier dato que no sea aportado explícitamente por la figura o por el enunciado, o deducido a través de la información dada no es correcto. Así mismo, debemos recordar que la única información que se puede considerar en las figuras sin que sea dicha explícitamente, es que las gráficas están hechas en un sistema perpendicular de ejes.

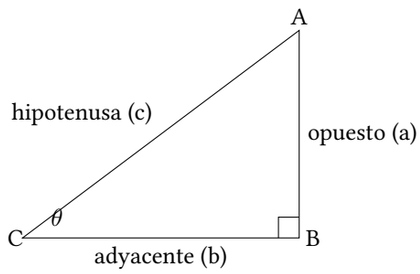
La geometría (del griego geo: "tierra" y metría: "medida") es una rama fundamental de las matemáticas que estudia las propiedades, relaciones y medidas de puntos, líneas, ángulos, superficies y sólidos

Introducción a la Trigonometría

La palabra **trigonometría** proviene del griego y significa etimológicamente “medida de los triángulos”. Actualmente la trigonometría trata del estudio de las llamadas **funciones circulares**, que tienen la propiedad de ser periódicas y que, por lo tanto, sirven para representar y graficar fenómenos cuya naturaleza sea cíclica.

Razones Trigonométricas en el Triángulo Rectángulo

Dado un triángulo rectángulo ABC, rectángulo en C, definimos las siguientes razones trigonométricas para el ángulo agudo θ:



Definiciones Básicas

$$\text{sen}\,\theta = \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{hipotenusa}} = \frac{a}{c}$$

$$\cos\theta = \frac{\text{cateto adyacente}}{\text{hipotenusa}} = \frac{b}{c}$$

$$\tan\theta = \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{cateto adyacente}} = \frac{a}{b}$$

$$\csc\theta = \frac{\text{hipotenusa}}{\text{cateto opuesto}} = \frac{c}{a}$$

$$\sec\theta = \frac{\text{hipotenusa}}{\text{cateto adyacente}} = \frac{c}{b}$$

$$\cot\theta = \frac{\text{cateto adyacente}}{\text{cateto opuesto}} = \frac{b}{a}$$

Regla Mnemotécnica

Seno	Coseno	Tangente	Cotangente	Secante	Cosecante
CO	CA	CO	CA	HIP	HIP
HIP	HIP	CA	CO	CA	CO

Donde: CO = Cateto Opuesto, CA = Cateto Adyacente, HIP = Hipotenusa

Identidades Trigonométricas

Identidades Recíprocas

1. $\sin\alpha \cdot \csc\alpha = 1$
2. $\cos\alpha \cdot \sec\alpha = 1$
3. $\tan\alpha \cdot \cot\alpha = 1$

Identidades Pitagóricas

1. $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$
2. $1 + \tan^2\alpha = \sec^2\alpha$
3. $1 + \cot^2\alpha = \csc^2\alpha$

Valores Exactos de Funciones Trigonométricas

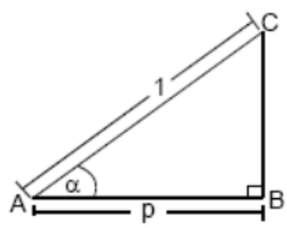
Funció	0°	30°	45°	60°	90°
seno	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
coseno	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
tangente	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	∞

Table 1: Valores exactos de funciones trigonométricas

II. Ejercicios de Admisiones pasadas

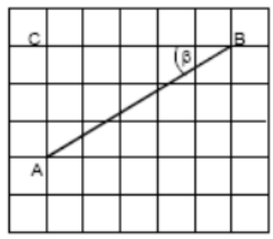
1) En el triángulo rectángulo de la figura, $\tan(\alpha)$ es igual a:

a) $\dfrac{\sqrt{1-p^2}}{p}$
b) $\dfrac{p}{\sqrt{1-p^2}}$
c) $\dfrac{\sqrt{1+p^2}}{p}$
d) $\dfrac{p}{\sqrt{1+p^2}}$
e) $\dfrac{1}{\sqrt{1-p^2}}$



2) En una hoja cuadriculada como se muestra en la figura, se ha dibujado un triángulo ABC donde cada cuadrado tiene lado 1, entonces $\sin(\beta) =$

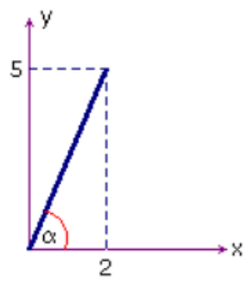
a) $\dfrac{3}{\sqrt{34}}$
b) $\dfrac{5}{4}$
c) $\dfrac{3}{4}$
d) $\dfrac{5}{\sqrt{34}}$
e) $\dfrac{3}{5}$



3) Dada la siguiente figura, es verdadero que:

I) $\sin(\alpha) = \dfrac{5}{\sqrt{29}}$
II) $\cos(\alpha) = \dfrac{5}{\sqrt{29}}$
III) $\tan(\alpha) = \dfrac{5}{2}$

a) Solo I
b) Solo II
c) Solo I y II
d) Solo I y III
e) I, II y III



4) Un ratón observa a un águila en la copa de un árbol con un ángulo de elevación de 70°. Si la distancia del ratón al árbol es 12 m, determinar la distancia entre el águila y el ratón.

a) $\dfrac{12}{\tan 70^\circ}$
b) $\dfrac{12}{\cos 70^\circ}$
c) $\dfrac{12}{\sin 70^\circ}$
d) $\dfrac{\cos 70^\circ}{12}$
e) $\dfrac{\sin 70^\circ}{12}$

5) La longitud de un cable que tiene sus extremos fijos en un poste y en la tierra, es de $20\sqrt{3}$ metros. El cable forma un ángulo de 60° con la tierra. ¿A cuántos metros de la tierra está fijo el cable en el poste?

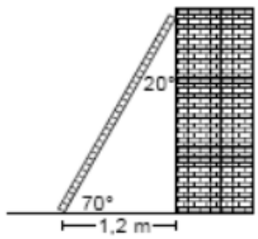
a) A $10\sqrt{3}$ metros
b) A $10\sqrt{6}$ metros
c) A 30 metros
d) A 40 metros
e) A 60 metros

6) Un avión despega del aeropuerto con un ángulo de elevación de 30° como se muestra en la figura. ¿A qué distancia (d) se encuentra el avión desde el punto de despegue hasta que alcanza una altura de 1.500 metros?

a) 750 metros
b) 3000 metros
c) $1000\sqrt{3}$ metros
d) $750\sqrt{3}$ metros
e) $1500\sqrt{3}$ metros

7) ¿Cuál(es) de las siguientes expresiones representa(n) el largo de la escalera de la figura?

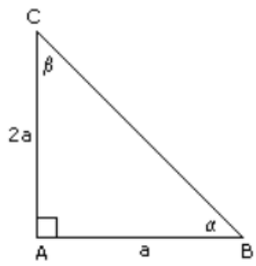
I) $\dfrac{1,2}{\sin(20°)}$ metros
II) $\dfrac{12}{\cos(70°)}$ metros
III) $1,2 \cdot \cos(70°)$ metros



a) Solo I
b) Solo II
c) Solo III
d) Solo I y II
e) Solo I y III

8) En la figura, ¿cuál(es) de las siguientes relaciones es (son) verdadera(s)?

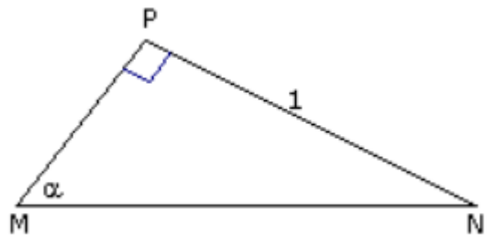
I) $\tan(\alpha) = 2$
II) $\sin(\alpha) + \cos(\beta) = \dfrac{4\sqrt{5}}{5}$
III) $\tan(\beta) + \tan(\alpha) = 1$



a) Solo I
b) Solo II
c) Solo I y II
d) Solo I y III
e) I, II y III

9) En la figura, el triángulo MNP es rectángulo en P, NP = 1 cm y su área es 32cm^2, entonces $\tan(\alpha) =$

a) $\dfrac{1}{3}$
b) $\dfrac{2}{3}$
c) $\dfrac{3}{2}$
d) $\dfrac{3}{4}$
e) $\dfrac{4}{3}$



10) Si los catetos de un triángulo rectángulo miden 5 cm y 12 cm, entonces el coseno del ángulo menor es:

a) $\dfrac{5}{13}$
b) $\dfrac{12}{13}$
c) $\dfrac{5}{12}$
d) $\dfrac{12}{5}$
e) $\dfrac{13}{12}$

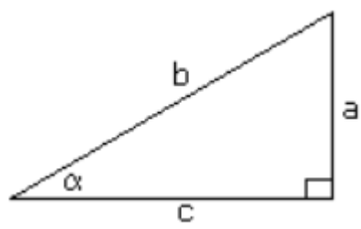
III. Ejercicios tipo PAES

11) Si α es un ángulo agudo de un triángulo rectángulo y $\sin\alpha = \frac{3}{5}$, entonces $\tan(\alpha) - \cos(\alpha) =$

a) $-\frac{1}{20}$
b) $\frac{3}{20}$
c) $\frac{1}{20}$
d) $\frac{11}{15}$
e) $\frac{8}{15}$

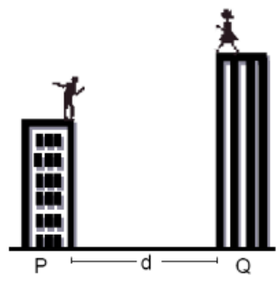
12) Con los datos de la figura, la expresión $\sin(\alpha) - \cos(\alpha)$ es igual a:

a) $\frac{a-c}{b}$
b) $\frac{c-a}{b}$
c) $\frac{a-b}{c}$
d) $\frac{b-a}{c}$
e) $\frac{ac-ab}{bc}$



13) En la figura, una persona ubicada en lo alto del edificio P de 12 m de altura, observa a otra persona, de igual tamaño, en lo alto del edificio Q de 18 m de altura con un ángulo de elevación de 40°. ¿Cuál es la distancia (d) entre los dos edificios?

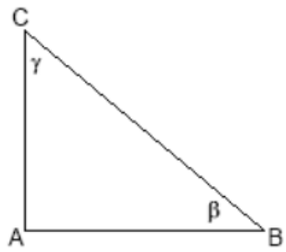
a) $6 \cdot \tan 40°$
b) $\frac{6}{\tan 40°}$
c) $\frac{6}{\sin 40°}$
d) $\frac{6}{\cos 40°}$
e) $6 \cdot \sin 40°$



14) En la figura, el triángulo ABC es rectángulo en A. Si la hipotenusa es 1, ¿cuál(es) de las siguientes expresiones representa(n) el perímetro del triángulo?

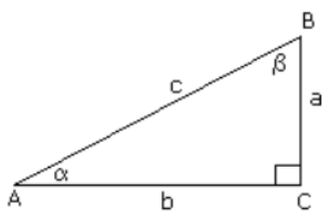
I) $\sin(\gamma) + \sin(\beta) + 1$
II) $\cos(\gamma) + \cos(\beta) + 1$
III) $\sin(\beta) + \cos(\beta) + 1$

a) Solo I
b) Solo I y II
c) Solo I y III
d) Solo II y III
e) I, II y III



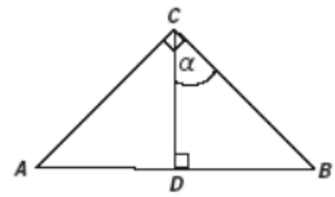
15) Con respecto al triángulo rectángulo ABC de la figura, ¿cuál de las siguientes opciones es verdadera?

a) $\sin(\alpha) = \frac{b}{c}$
b) $\cos(\alpha) = \frac{c}{a}$
c) $\cos(\beta) = \frac{a}{c}$
d) $\sin(\beta) = \frac{b}{c}$
e) $\tan(\alpha) = \frac{a}{b}$



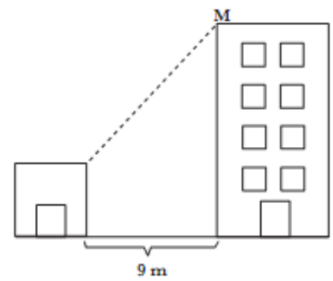
16) En la figura, el $\triangle$ ABC es rectángulo en C, CD $\perp$ AB y BC= 17 cm. Si $\tan(\alpha) = \frac{3}{5}$, entonces AD=?

a) $\frac{25}{6}\sqrt{2}$ cm
b) $\frac{25}{6}$ cm
c) $\frac{25}{6}\sqrt{3}$ cm
d) $\frac{25}{3}\sqrt{3}$ cm
e) Ninguna de las anteriores.



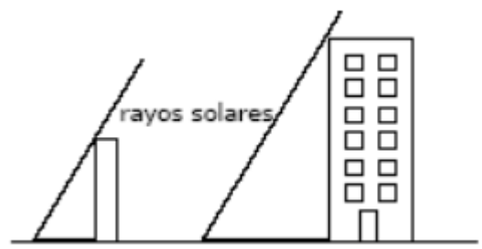
17) Desde el punto M de un edificio se observa la parte superior de una casa de 4 metros de altura, con un ángulo de depresión de 30 ¿Cuál es la altura del edificio?

a) $3\sqrt{3}$ metros
b) $(3\sqrt{3}+4)$ metros
c) $9\sqrt{3}$ metros
d) $(9\sqrt{3}+4)$ metros
e) Ninguna de las anteriores



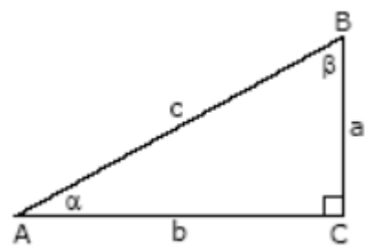
18) La figura representa un poste perpendicular a la tierra que sobresale 2 metros y un edificio. Las sombras del poste y del edificio miden 80 centímetros y 14 metros, respectivamente. ¿Cuál es la altura del edificio?

a) 98 metros
b) 46 metros
c) 35 metros
d) $22,4$ metros
e) $11,4$ metros



19) Respecto del triangulo rectángulo ABC de la figura, ¿cuál de las siguientes opciones es falsa?

a) $\sin(\alpha) = \cos(\beta)$
b) $\sin(\beta) = \frac{b}{c}$
c) $\tan(\beta) = \frac{b}{a}$
d) $\tan(\alpha) + \tan(\beta) = \frac{c}{a} \cdot \frac{c}{b}$
e) $\sin(\alpha) + \sin(\beta) = \frac{ab}{c}$



20) Con los datos de la figura, la expresión $sen(\alpha) + cos(\alpha)$ es igual a

a) $\frac{x+1}{y}$
b) $\frac{x+y}{y}$
c) $\frac{y}{x+1}$
d) $\frac{y}{x-1}$
e) $\frac{x+y}{x}$

