Guía N°18 (M2)

<< Números Reales >>

NOMBRE: _____

I. Introducción

Un **conjunto numérico** es un grupo de números que comparten ciertas propiedades y cumplen reglas específicas dentro del sistema numérico. Estos conjuntos nos permiten clasificar y organizar los números según su naturaleza y comportamiento. Los principales conjuntos numéricos son:

- **Números naturales** ($\mathbb{N}$): $\{1, 2, 3, 4, \dots\}$.
- **Números enteros** ($\mathbb{Z}$): $\{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$.
- **Números racionales** ($\mathbb{Q}$): fracciones de la forma $\frac{a}{b}$ con $a, b \in \mathbb{Z}$ y $b \neq 0$.
- **Números irracionales** ($\mathbb{Q}^*$): aquellos que no pueden expresarse como fracción, como π o $\sqrt{2}$.
- **Números reales** ($\mathbb{R}$): la unión de racionales e irracionales.

II. Números Naturales($\mathbb{N}$)

Los **números naturales** ($\mathbb{N}$) son el primer conjunto numérico que los humanos utilizamos. Son los números que usamos para contar objetos, expresar cantidades y ordenar elementos. Históricamente, los números naturales fueron los primeros en surgir en la evolución de la matemática, ya que permitieron a las civilizaciones antiguas llevar registros, hacer comercio y organizar sus recursos. Formalmente, el conjunto de los números naturales se define como:

$$\mathbb{N} = \{1, 2, 3, 4, ..., (n-1), n, (n+1), ..., +\infty\}$$

Cifras

Un número natural se construye con cifras, que son símbolos utilizados para representar cantidades en distintos sistemas de numeración.

$$\text{Cifras} = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$$

Elemento Algebraico

Un número natural también se puede expresar mediante un término algebraico ***n***, el cual representa cualquier número natural.

$$\text{Elemento Algebraico} = n \in \mathbb{N}$$

Adición o Suma

La adición o suma es una operación matemática que consiste en combinar dos o más números para obtener un resultado llamado suma o total.

$$\underbrace{a}_{\text{Sumando}} + \underbrace{b}_{\text{Sumando}} = \underbrace{c}_{\text{Suma}}$$

- La suma de dos naturales **siempre** resulta otro natural.
- El orden de los sumandos **no** altera el resultado.

Sustracción o Resta

La sustracción o resta es una operación matemática que consiste en quitar o reducir una cantidad de otra.

$$\underbrace{a}_{\text{Minuendo}} - \underbrace{b}_{\text{Sustraendo}} = \underbrace{c}_{\text{Diferencia}}$$

- En los Naturales, el Minuendo debe ser **siempre** mayor que el Sustraendo.
- El orden de los elementos **sí altera** el resultado.

Antecesor y Sucesor

El **antecesor** de un número entero es el inmediato anterior en la recta numérica ($n-1$), mientras que el **sucesor** es el inmediato posterior ($n+1$).

El sucesor de n es $n+1$. Por ejemplo:

- Sucesor de 5 es 6.
- Sucesor de 0 es 1.
- Sucesor de $n+3$ es $n+4$.

El antecesor de n es $n-1$. Por ejemplo:

- Antecesor de 5 es 4.
- Antecesor de 11 es 10.
- Antecesor de $n+3$ es $n+2$.

Multiplicación

La multiplicación es una operación matemática que consiste en sumar un número consigo mismo varias veces.

$$a \times b = \underbrace{a + a + \cdots + a}_{b \text{ veces}} = c$$

- La multiplicación de dos naturales siempre resulta otro número.
- El producto siempre es múltiplo de sus factores.
- La multiplicación es una suma iterada de un mismo número.

Pares e Impares

Números Pares

Un número natural n es par si puede escribirse como $n = 2k$ con $k \in \mathbb{N}$.

- Ejemplos:
  $2, 4, 6, 8, \ldots, (2n-4), (2n-2), 2n, (2n+2), (2n+4), \ldots$

Números Impares

Un número natural n es impar si puede escribirse como $n = 2k+1$ con $k \in \mathbb{N}$.

- Ejemplos:
  $1, 3, 5, 7, \ldots, (2n-3), (2n-1), (2n+1), (2n+3), \ldots$

División

La división es una operación matemática que consiste en repartir una cantidad en partes iguales o encontrar cuántas veces un número cabe dentro de otro. Consiste en cuántas veces cabe el divisor en el dividendo.

$$\underbrace{a}_{\text{Dividiendo}} \div \underbrace{b}_{\text{Divisor}} = \underbrace{c}_{\text{Cociente}}$$

- La división es la operación inversa a la multiplicación.
- "a" debe ser múltiplo de "b" para ser una división natural.

Reglas de paridad

Las reglas de paridad permiten identificar si un número es par o impar según sus propiedades.

Suma y Resta	Par	Impar
Par	Par	Impar
Impar	Impar	Par

- Par + Par = Par (ej. $4 + 2 = 6$)
- Impar + Impar = Par (ej. $3 + 5 = 8$)
- Par + Impar = Impar (ej. $4 + 3 = 7$)

Multiplicación y División	Par	Impar
Par	Par	Par
Impar	Par	Impar

- Par × Par = Par (ej. $2 \times 4 = 8$)
- Par × Impar = Par (ej. $2 \times 3 = 6$)
- Impar × Impar = Impar (ej. $3 \times 5 = 15$)

Múltiplos y Divisores

Múltiplos

Los múltiplos de un número natural son todos los posibles resultados de multiplicar ese número por todos y cada uno de los números naturales.

- Ejemplo: $3 = \{3, 6, 9, 12, 15, ...\}$

Divisores

Los divisores de un número natural son los números naturales que lo pueden dividir, resultando de cociente otro número natural y de resto 0.

- Ejemplo: $100 = \{1, 2, 4, 5, 10, 20, 25, 50, 100\}$

Primos y Compuestos

Primos

Son los números naturales, mayores que 1, cuyos únicos factores son 1 y sí mismo. El único primo y par es 2.

- Ejemplos: $2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19$...

Compuestos

Son los números naturales, mayores que 1, los cuales no son primos. Es decir, poseen más factores que sólo 1 y sí mismo.

- Ejemplos: $4, 6, 8, 9, 10, 12, 14, 15, 16, 18, ...$

Reglas de Divisibilidad

Las reglas de divisibilidad son criterios que nos permiten determinar si un número es divisible entre otro sin necesidad de hacer la división.

N°	Descripción	Ejemplo	Explicación
2	Si termina en cifra par.	32	Donde 2 es una cifra par.
3	Si la suma de sus cifras es múltiplo de 3.	15	$1 + 5 = 6$ (6 es múltiplo de 3).
4	Si sus dos últimas cifras son 00 ó múltiplo de 4.	64	64 es múltiplo de 4 ($16 \times 4 = 64$).
5	Si termina en 0 ó en 5.	25	25 termina en 5.
6	Si es divisible por 2 y 3 a la vez.	30	30 termina en 0 (divisible por 2) y $3 + 0 = 3$ (divisible por 3).
8	Si sus tres últimas cifras son 000 ó múltiplo de 8.	808	$101 \times 8 = 808$.
9	Si la suma de sus cifras es múltiplo de 9.	945	$9 + 4 + 5 = 18$ (18 es múltiplo de 9).
10	Si termina en 0.	110	110 termina en 0.

Mínimo Común Múltiplo (MCM)

En un conjunto de números, es el menor número natural que es múltiplo de todos los elementos del conjunto.

M.C.M (6, 8):

6	8	:2
3	4	:2
3	2	:2
3	1	:3
1		

$$2 \times 2 \times 2 \times 3 = 24$$

M.C.M. (6, 8) = 24

Nota: El proceso continúa hasta que todos los números se reducen a 1. El MCM se obtiene multiplicando todos los divisores utilizados.

Máximo Común Divisor (MCD)

En un conjunto de elementos, es el natural mayor que es divisor de cada uno de ellos.

M.D.M (6,8):

6	8	:2
3	4	:3
1	4	:4
	1	

M.D.M. (6, 8) = 2

Nota: Se seleccionan solo los divisores comunes a todos los números. Cuando ya no hay divisores comunes, el proceso termina y se multiplican los divisores seleccionados.

III. Números Enteros ($\mathbb{Z}$)

Los **números enteros** ($\mathbb{Z}$) son una extensión de los números naturales que incluye tanto los positivos como los negativos y el cero. Este conjunto numérico surge históricamente como solución a problemas de sustracción donde el minuendo es menor que el sustraendo. El conjunto de los números enteros se define como:

$$\mathbb{Z} = \{-\infty, \ldots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \ldots, +\infty\}$$

- **Enteros positivos**: $\mathbb{Z}^+ = \{1, 2, 3, \ldots\}$
- **Enteros negativos**: $\mathbb{Z}^- = \{\ldots, -3, -2, -1\}$
- **Cero**: 0 (elemento neutro aditivo)

Antecesor y Sucesor en los Números Enteros

El **antecesor** de un número entero es el inmediato anterior en la recta numérica ($n - 1$), mientras que el **sucesor** es el inmediato posterior ($n + 1$).

Sucesores

- Sucesor de 5 es 6
- Sucesor de -3 es -2

Antecesores

- Antecesor de 8 es 7
- Antecesor de -5 es -6

Opuestos en los Números Enteros

El **opuesto** (o inverso aditivo) de un número entero n es el único elemento $-n$, es decir, con el signo contrario u opuesto.

- $4 \to -4$
- $-7 \to 7$
- $0 \to 0$

Valor Absoluto en los Números Enteros

El **valor absoluto** de un entero x, denotado por $|x|$, es la distancia métrica entre x y el origen (cero) en la recta numérica. Formalmente:

$$|x| = \begin{cases} x & \text{si } x \geq 0 \\ -x & \text{si } x < 0 \end{cases}$$

Ejemplos

Entrada	Valor Absoluto	Explicación
5	$\|5\| = 5$	Número positivo permanece igual
-3	$\|-3\| = 3$	Signo negativo se elimina

Reglas Básicas para Sumar y Resta de Enteros

Mismo signo: Para sumar enteros de igual signo, se suman los valores absolutos y se conserva el signo común.

$$(-5) + (-2) = -(5 + 2) = -7$$

Signos diferentes: Para sumar valores de distinto signo, se restan los valores absolutos y se conserva el signo del sumando de mayor valor absoluto.

$$(-8) + (5) = -(8 - 5) = -3$$

Reglas de Signos en Multiplicación y División

Las reglas de signos determinan el signo del resultado en operaciones binarias entre números positivos $(+)$ y negativos $(-)$, preservando la estructura algebraica de los números enteros.

$\times$ o $\div$	Positivo	Negativo
Positivo	$+$	$-$
Negativo	$-$	$+$

- Positivo $\times$ Positivo = Positivo (2 $\times$ 3 = 6)
- Positivo $\times$ Negativo = Negativo (4 $\times$ (-2) = -8)
- Negativo $\times$ Positivo = Negativo ((-5) $\times$ 3 = -15)
- Negativo $\times$ Negativo = Positivo ((-6) $\times$ (-4) = 24)

Pares e Impares en los Números Enteros

Números Pares

Un número natural n es par si puede escribirse como $n = 2k$ con $k \in \mathbb{N}$.

- Ejemplos:
  $\ldots, -4, -2, 0, 2, 4, \ldots, 2n, (2n+2), (2n+4), \ldots$

Números Impares

Un número natural n es impar si puede escribirse como $n = 2k + 1$ con $k \in \mathbb{N}$.

- Ejemplos:
  $\ldots, -3, -1, 1, 3, \ldots, (2n-1), (2n+1), (2n+3), \ldots$

No se aplican los Primos y Compuestos en los Números Enteros

No se aplican MCM y MCD en los Números Enteros

IV. Números Racionales($\mathbb{Q}$)

Los números racionales ($\mathbb{Q}$) son un conjunto numérico fundamental en matemáticas que surge de la necesidad de expresar cantidades fraccionarias y divisiones no exactas entre números enteros. A diferencia de los números naturales, que solo representan cantidades discretas, los racionales permiten describir partes de un todo, relaciones proporcionales y mediciones más precisas.

Un número racional es cualquier número que puede expresarse como el **cociente** de dos números enteros a y b, donde $b \neq 0$. Matemáticamente:

$$\mathbb{Q} = \left\{ \frac{a}{b} \mid a, b \in \mathbb{Z},\ b \neq 0 \right\}.$$

Fracciones

Una **fracción** es una forma de representar una **división entre dos números**. Se expresa como el cociente de dos números enteros:

$$\frac{a}{b}$$

donde:

- a se llama **numerador** (indica cuántas partes se toman).
- b se llama **denominador** (indica en cuántas partes se divide el todo, $b \neq 0$).

Fracción Propia

Una **fracción propia** es aquella donde el **numerador es menor que el denominador** ($a < b$). Representa una cantidad **menor que la unidad**.

$$\text{Ejemplos: } \frac{1}{2}, \quad \frac{3}{4}, \quad \frac{7}{8}$$

Fracción Impropia

Una **fracción impropia** tiene el **numerador mayor o igual que el denominador** ($a \geq b$). Representa una cantidad **igual o mayor que la unidad**.

$$\text{Ejemplos: } \frac{5}{2}, \quad \frac{4}{4}, \quad \frac{9}{7}$$

Representación de $\mathbb{N}$ y $\mathbb{Z}$ en $\mathbb{Q}$

Todos los números racionales ($\mathbb{Q}$) contienen a los números naturales ($\mathbb{N}$) y enteros ($\mathbb{Z}$). Todo número natural $n \in \mathbb{N}$ puede expresarse como una fracción con denominador 1:

$$n = \frac{n}{1} \quad \text{(ejemplo: } 5 = \frac{5}{1}\text{)}$$

Opuesto de un número racional

Dado un número racional $\frac{a}{b} \in \mathbb{Q}$, su **opuesto** (o inverso aditivo) es el número que sumado a él da cero:

$$\text{Opuesto}\left(\frac{a}{b}\right) = -\frac{a}{b} = \frac{-a}{b}$$

Ejemplo:

$$\text{Opuesto}\left(\frac{3}{4}\right) = -\frac{3}{4} \quad \text{porque} \quad \frac{3}{4} + \left(-\frac{3}{4}\right) = 0$$

Inverso de un número racional

Dado $\frac{a}{b} \in \mathbb{Q}$ con $a \neq 0$, su **inverso** o **recíproco** (o inverso multiplicativo) es el número que multiplicado por él da uno:

$$\text{Inverso}\left(\frac{a}{b}\right) = \frac{b}{a}$$

De Fracción a Decimal

Para convertir $\frac{a}{b}$ a decimal, divide el numerador (a) entre el denominador (b):

$$\frac{a}{b} = a \div b$$

Ejemplo 1:

$$\frac{3}{4} = 3 \div 4 = 0.75 \quad \text{(decimal exacto)}$$

Ejemplo 2:

$$\frac{5}{3} = 5 \div 3 = 1.\overline{6} \quad \text{(decimal periódico)}$$

Propiedad de Densidad en $\mathbb{Q}$

Los números racionales son **densos** en sí mismos: entre dos racionales distintos cualesquiera, siempre existen infinitos racionales.

Fracciones Equivalentes

Dos fracciones $\frac{a}{b}$ y $\frac{c}{d}$ son equivalentes ($\equiv$) si representan el mismo número racional:

$$\frac{a}{b} \equiv \frac{c}{d} \iff ad = bc$$

Multiplicar o dividir el numerador y denominador por un mismo entero $k \neq 0$ genera una fracción equivalente:

$$\frac{a}{b} \equiv \frac{a \times k}{b \times k} \equiv \frac{a \div j}{b \div j}$$

Ejemplo:

$$\frac{2}{3} \equiv \frac{4}{6} \equiv \frac{6}{9} \quad \text{(todas representan } 0.\overline{6}\text{)}$$

$$\frac{18}{24} \equiv \frac{18 \div 6}{24 \div 6} \equiv \frac{3}{4} \quad \text{(todas representan } 0.75\text{)}$$

Tipos de Decimales

Tipo	Descripción	Ejemplo
Exacto	Número finito de cifras	$\frac{1}{2} = 0.5$
Periódico puro	Una o más cifras se repiten infinitamente	$\frac{1}{3} = 0.\overline{3}$
Periódico mixto	Parte decimal no periódica + parte periódica	$\frac{5}{6} = 0.8\overline{3}$

De decimales a fracción

Decimales Exactos

Para decimales con un número finito de cifras decimales:

$$\text{Fracción} = \frac{\text{Número completo sin coma}}{\text{Un 1 seguido por tantos ceros como cifras decimales}}$$

Ejemplo 1:

$$0.75 = \frac{75}{100} = \frac{3}{4}$$

Ejemplo 2:

$$2.125 = \frac{2125}{1000} = \frac{17}{8}$$

Decimales Periódicos Puros

Para decimales donde todas las cifras decimales se repiten:

$$\text{Fracción} = \frac{\text{Número completo sin coma} - \text{Parte entera}}{\text{Tantos 9 como cifras periódicas}}$$

Ejemplo 1:

$$0.\overline{3} = \frac{3 - 0}{9} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$$

Ejemplo 2:

$$0.\overline{12} = \frac{12 - 0}{99} = \frac{12}{99} = \frac{4}{33}$$

Decimales Semi Periódicos

Para decimales con parte no periódica y periódica:

$$\text{Fracción} = \frac{\text{Número completo sin coma} - \text{Parte no periódica}}{\text{Tantos 9 como cifras periódicas} + \text{Tantos ceros como cifras no periódicas}}$$

Ejemplo 1:

$$0.1\overline{6} = \frac{16 - 1}{90} = \frac{15}{90} = \frac{1}{6}$$

Ejemplo 2:

$$0.23\overline{45} = \frac{2345 - 23}{9900} = \frac{2322}{9900} = \frac{129}{550}$$

Suma o Resta de Fracciones con Mismo Denominador

Se suman o restan los numeradores y se conserva el denominador:

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{b} = \frac{a + c}{b} \qquad \frac{a}{b} - \frac{c}{b} = \frac{a - c}{b}$$

Ejemplo:

$$\frac{3}{5} + \frac{1}{5} = \frac{3+1}{5} = \frac{4}{5} \qquad \frac{4}{7} - \frac{1}{7} = \frac{4-1}{7} = \frac{3}{7}$$

Suma o Resta de Fracciones con Distinto Denominador

1. Hallar el mínimo común múltiplo (MCM) de los denominadores
2. Convertir a fracciones equivalentes con el MCM como denominador
3. Sumar los numeradores

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{a \times d + c \times b}{b \times d} \qquad \frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{a \times d - c \times b}{b \times d}$$

Ejemplo:

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{3}{6} + \frac{2}{6} = \frac{5}{6} \qquad \frac{5}{8} - \frac{1}{4} = \frac{5}{8} - \frac{2}{8} = \frac{3}{8}$$

Multiplicación de Fracciones

Se multiplican numeradores con numeradores y denominadores con denominadores:

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$$

Ejemplo:

$$\frac{2}{3} \times \frac{4}{5} = \frac{8}{15}$$

División de Fracciones

Se multiplica por el inverso del divisor:

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} = \frac{a \times d}{b \times c}$$

Ejemplo:

$$\frac{3}{4} \div \frac{2}{5} = \frac{3}{4} \times \frac{5}{2} = \frac{15}{8}$$

De Fracción a Número Mixto

Toda fracción impropia puede expresarse como **número mixto** (entero + fracción propia):

$$\frac{5}{2} = 2\frac{1}{2}$$

1. Dividir numerador por denominador: $5 \div 2 = 2$ con resto 1
2. El cociente es el entero (2), el resto es el nuevo numerador (1)
3. Mantener el mismo denominador (2)

De Número Mixto a Fracción

$$q\frac{r}{b} = \frac{(q \times b) + r}{b}$$

1. Multiplicar el entero por el denominador
2. Sumar el numerador
3. Conservar el mismo denominador

Ejemplo:

$$1\frac{3}{4} = \frac{7}{4} \qquad 3\frac{1}{2} = \frac{7}{2} \qquad 2\frac{5}{8} = \frac{21}{8}$$

Tipos de fracciones

Tipo	Definición	Ejemplo
Propia	Numerador $<$ denominador	$\frac{2}{3}$
Impropia	Numerador $\geq$ denominador	$\frac{7}{4}$
Equivalentes	Distinta forma, mismo valor	$\frac{1}{2} = \frac{2}{4}$
Decimal	Resulta en decimal finito/periódico	$\frac{1}{4} = 0.25$
Mixta	Entero + fracción propia	$1\frac{1}{2}$

Prioridad de Operaciones

El orden de las operaciones es una regla que indica la secuencia correcta de pasos para evaluar una expresión matemática.

Nivel	Regla	Operación
1	PA	Paréntesis
2	PO	Potencias y Raíces
3	MU-D	Multiplicación y División
4	AS	Suma y Resta

V. Números Irracionales ($\mathbb{Q}^*$)

Los **números irracionales** ($\mathbb{Q}^*$) son todos aquellos números decimales infinitos NO periódicos, por ende, no pueden ser escritos como fracción.

Definición

Todos aquellos números decimales infinitos pero que no poseen parte periódica, es decir, su parte decimal no sigue ninguna regla particular, además es imposible representarlos como fracciones.
Existen muchos procesos matemáticos capaces de crear números que no se pueden escribir como división tales como las raíces.

$$\pi, \quad e, \quad \sqrt{2}, \quad \sqrt{500}$$

Conjuntos Numéricos Relacionados

- $\mathbb{Q}$ - Números Racionales
- $\mathbb{Z}$ - Números Enteros
- $\mathbb{N}$ - Números Naturales
- $\mathbb{Q}^c$ - Complemento de los Racionales (Irracionales)

VI. Números Reales ($\mathbb{R}$)

Los **números reales** ($\mathbb{R}$) son todos aquellos números que son racionales e irracionales; es decir, que existan en la naturaleza o mejor dicho en la realidad.

Composición de los Números Reales

Los números reales incluyen tanto números racionales como irracionales.

Números Racionales

- $-4, -5, -8$
- $-2.5, -6, -8$
- $0, 1.15, 10$
- $3, 7, 4$
- $8, 7, 9.5$

Números Irracionales

- π
- e
- $\sqrt{2}$
- $\sqrt{5}$
- Números con expansión decimal infinita no periódica

Subconjuntos de los Reales

- $\mathbb{Q}$ - Racionales
- $\mathbb{Z}$ - Enteros
- $\mathbb{N}$ - Naturales
- $\mathbb{R}$ - Reales
- $\mathbb{Q}^c$ - Irracionales

Ejemplos por Categoría

- **Enteros**: -5, -7, -8, -10, -3, -7, -8
- **Naturales**: 12, 100, 580
- Números con expansión decimal periódica: $-1.888\ldots$

VII. Operaciones con Números Reales

Reglas de Operaciones entre Racionales e Irracionales

- **Racional + Racional = Racional**
- **Racional $\times$ Racional = Racional**
- **Irracional + Irracional = Depende**
  Ejemplo: $\pi + (-\pi) = 0$ (resultado racional)
- **Irracional $\times$ Irracional = Depende**
  Ejemplo: $\sqrt{2} \times \sqrt{2} = 2$ (resultado racional)
- **Racional + Irracional = Irracional**
- **Racional $\times$ Irracional = Irracional**
  (excepto cuando el racional es cero: $0 \times$ irracional $= 0$)

VIII. Aproximaciones de Números Reales

Métodos de Aproximación

- **Truncamiento:** Se corta en el decimal correspondiente sin consideraciones.
- **Redondeo:** Se corta en el decimal correspondiente y dependiendo si la cifra siguiente es 5 o mayor, se aumenta una unidad, de lo contrario, se mantiene.
- **Por exceso:** Se corta en el decimal correspondiente y se aumenta una unidad la cifra.
- **Por defecto:** Se corta en el decimal correspondiente y se mantiene la cifra.

Ejemplo: Aproximaciones de $\sqrt{11} = 3.3166247$

Por Defecto

- 3
- 3.3
- 3.31
- 3.316
- 3.3166

Por Exceso

- 4
- 3.4
- 3.32
- 3.317
- 3.3167

Por Redondeo

- 3
- 3.3
- 3.32
- 3.317
- 3.3166

> **Nota:** Por regla general, salvo indicación expresa, se emplea el método de redondeo para aproximaciones, pues es el método que en lo tocante a resultados de operaciones nos da el menor error.

IX. Ejercicios de Admisiones pasadas

1) Sea **a** un número entero y **b** un número racional **NO** entero. ¿Cuál(es) de las siguientes operaciones **siempre** da(n) como resultado un número racional **NO** entero?

I) $a + b$
II) $a \cdot b$
III) $\frac{a}{b}$

a) Solo I
b) Solo I y II
c) Solo II y III
d) I, II y III
e) Ninguna de ellas.

2) Se puede concluir que **p** es un número real positivo, si:

(1) $3p$ es positivo.
(2) $(p - 5)$ es negativo.

a) (1) por sí sola
b) (2) por sí sola
c) Ambas juntas, (1) y (2)
d) Cada una por sí sola, (1) o (2)
e) Se requiere información adicional

3) ¿Cuál(es) de las siguientes afirmaciones es (son) verdadera(s)?

I) El inverso multiplicativo de $\frac{-3}{4}$ es $\frac{4}{3}$
II) El inverso aditivo de $5\frac{1}{3}$ es $\frac{-16}{3}$.
III) $0,\overline{36} + 0,\overline{64} = 1$

a) Solo I
b) Solo II
c) Solo I y II
d) Solo II y III
e) I, II y III

4) Carmen, Patricio y Jorge tienen una caja con veinte fichas numeradas del 1 al 20. Primero, Carmen saca todos los números múltiplos de 3 que hay en la caja, sin devolverlos. Luego, Patricio saca todos los números primos que quedan en la caja, sin devolverlos. Finalmente, Jorge saca todos los números que quedan en la caja. Al terminar, es correcto afirmar que

a) Jorge tiene la mayor cantidad de fichas.
b) Patricio tiene la mayor cantidad de fichas
c) Patricio y Jorge tienen igual cantidad de fichas, superando ambos a Carmen.
d) Carmen y Jorge tienen igual cantidad de fichas, superando ambos a Patricio.
e) Carmen y Patricio tienen igual cantidad de fichas, superando ambos a Jorge.

5) Sean ***a*** y ***b*** dos números enteros positivos. Se puede determinar el máximo común divisor entre ellos, si:

(1) ***a*** y ***b*** son números pares consecutivos.
(2) La suma entre ***a*** y ***b*** es 30.

a) (1) por sí sola
b) (2) por sí sola
c) Ambas juntas, (1) y (2)
d) Cada una por sí sola, (1) o (2)
e) Se requiere información adicional

6) De las siguientes expresiones, ¿cuál es la que entrega el mayor resultado?

a) $0,23 + 0,32$
b) $0,\overline{23} + 0,\overline{32}$
c) $0,2\overline{3} + 0,\overline{32}$
d) $0,\overline{23} + 0,3\overline{2}$
e) $0,2\overline{3} + 0,3\overline{2}$

7) ¿Cuál(es) de las siguientes igualdades es (son) verdadera(s)?

I) $7,\overline{9} = \dfrac{70}{9}$
II) $3,4\overline{6} = \dfrac{52}{15}$
III) $\dfrac{7}{11} = 0,\overline{63}$

a) Solo I
b) Solo II
c) Solo III
d) Solo II y III
e) I, II y III

8) El valor de $1 + \dfrac{1}{1 + \dfrac{1}{1 + \dfrac{9}{12}}}$

a) $\dfrac{18}{11}$
b) $\dfrac{3}{2}$
c) 1
d) $\dfrac{8}{11}$
e) $\dfrac{7}{11}$

9) Si ***a*** es igual a $\dfrac{2}{3}$ truncado a la décima y ***b*** es igual a $\dfrac{5}{6}$ truncado a la centésima, entonces el producto entre ***a*** y ***b***, truncado a la centésima es igual a:

a) 0,50
b) 0,48
c) 0,49
d) 0,58
e) 0,50

10) Con el fin de prepararse para una maratón, Pablo corre alrededor de una laguna circular de perímetro 240 metros. Si cada vez que recorre dos tercios de esta pista improvisada, Pablo se detiene para beber un poco de agua, ¿cuánta distancia habrá recorrido sabiendo que en total se detuvo siete veces, sin volver a correr después de la última detención?

a) 1.280 metros
b) 1.120 metros
c) 960 metros
d) 640 metros
e) 560 metros

X. Ejercicios tipo PAES

11) ¿Cuál(es) de las siguientes afirmaciones es (son) verdadera(s)?

I) El valor de la expresión $\left(\frac{2}{3}+\frac{7}{5}\right)$, aproximada por exceso a la centésima, es $2,07$.

II) El valor de la expresión $\left(\frac{11}{5}-\frac{1}{3}\right)$, aproximada por defecto a la milésima, es $1,867$.

III) El valor de la expresión $\left(\frac{7}{6}+\frac{1}{7}\right)$, aproximada por redondeo a la centésima, es $1,31$.

a) Solo I
b) Solo II
c) Solo I y II
d) Solo I y III
e) I, II y III

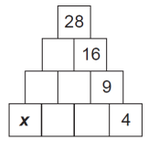
12) Sea ***a*** un número irracional tal que $3 < a < 4$. Se puede determinar la aproximación por redondeo a la unidad del número real positivo ***c***, si:

(1) La aproximación por exceso a la unidad de $(a + c)$ es igual a 4.
(2) La aproximación por defecto a la unidad de $(a - c)$ es igual a 3.

a) (1) por sí sola
b) (2) por sí sola
c) Ambas juntas, (1) y (2)
d) Cada una por sí sola, (1) o (2)
e) Se requiere información adicional

13) En la pirámide de la figura adjunta, cada número se obtiene sumando los dos números que están bajo él. El valor de x es

a) 1
b) 2
c) 3
d) 5
e) 7



14) Se tiene un recipiente A que contiene 600 mililitros de agua y un recipiente B que contiene 700 mililitros de agua. Ambos recipientes tienen una capacidad máxima de 1.000 mililitros. ¿Qué fracción del contenido del recipiente B hay que verter en el recipiente A para que este alcance su capacidad máxima?

a) $\frac{3}{10}$
b) $\frac{1}{2}$
c) $\frac{2}{5}$
d) $\frac{4}{7}$
e) $\frac{6}{7}$

15) Juana reparte 120 dulces entre su hermano y su primo. Primero entrega los $\frac{2}{5}$ del total a su hermano y luego entrega la cuarta parte del resto a su primo. Finalmente, reparte equitativamente entre su hermano y su primo los dulces que queda. ¿Cuántos dulces recibió en total el primo de Juana?

a) 18
b) 45
c) 51
d) 72
e) 75

16) Sean **p** un número entero positivo y **m** el inverso aditivo del sucesor de **p**. ¿Cuál(es) de las siguientes operaciones resulta(n) **siempre** en un número positivo?

I) El cuociente entre el inverso aditivo de p y el inverso multiplicativo de m.
II) La diferencia entre la mitad de p y el antecesor de m.
III) El producto entre el inverso multiplicativo de p y el sucesor de m

a) Solo II
b) Solo I y II
c) Solo I y III
d) Solo II y III
e) Ninguna de ellas.

17) ¿Cuál(es) de las siguientes afirmaciones es (son) verdadera(s)?

I) En los números enteros positivos NO existe el neutro de la adición.
II) En los números enteros NO existe el neutro de la multiplicación.
III) En los números racionales, el recíproco del neutro de la adición es igual al neutro de la multiplicación.

a) Solo I
b) Solo II
c) Solo III
d) Solo I y II
e) I, II y III

18) ¿Cuál(es) de las siguientes afirmaciones es (son) verdadera(s)?

I) $0,341343434$ es un número irracional.
II) $\frac{9}{0} = 0$
III) $\frac{225}{15}$ es un número entero.

a) Solo I
b) Solo II
c) Solo III
d) Solo I y II
e) I, II y III

19) Sean n un número par y m un número impar. ¿Cuál de los siguientes productos es **siempre** impar?

a) nm
b) $n(m+1)$
c) $(n-1)m$
d) $(n+1)(m-1)$
e) $(n+1)(m+1)$

20) ¿Cuál(es) de las siguientes afirmaciones es (son) **siempre** verdadera(s)?

I) La suma de cuatro números enteros consecutivos resulta un número par.
II) El cuadrado de un número entero es positivo.
III) La suma entre el antecesor y el sucesor de un número entero es igual al doble de dicho número.

a) Solo I
b) Solo I y II
c) Solo I y III
d) Solo II y III
e) I, II y III