



# Guía N°4 (M1)

## << Potencias >>

NOMBRE: \_\_\_\_\_

### I. Introducción

Un **conjunto numérico** es un grupo de números que comparten ciertas propiedades y cumplen reglas específicas dentro del sistema numérico. Estos conjuntos nos permiten clasificar y organizar los números según su naturaleza y comportamiento. Los principales conjuntos numéricos son:

- **Números naturales** ( $\mathbb{N}$ ):  $\{1, 2, 3, 4, \dots\}$ .
- **Números enteros** ( $\mathbb{Z}$ ):  $\{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$ .
- **Números racionales** ( $\mathbb{Q}$ ): fracciones de la forma  $\frac{a}{b}$  con  $a, b \in \mathbb{Z}$  y  $b \neq 0$ .
- **Números irracionales** ( $\mathbb{Q}^*$ ): aquellos que no pueden expresarse como fracción, como  $\pi$  o  $\sqrt{2}$ .
- **Números reales** ( $\mathbb{R}$ ): la unión de racionales e irracionales.

### II. Potencias

Una potencia es una multiplicación iterada que se escribe resumidamente, es decir, son productos en que se multiplica un mismo factor un cierto número de veces, que se escriben en forma resumida usando la notación potencia. En la expresión:

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{n \text{ veces}}$$

- $a$  es la **base** (indica el número que se multiplica).
- $n$  es el **exponente** (indica el número de factores).
- $a^n$  es la potencia enésima de  $a$ .

#### Potencias de base entera exponente natural

En la expresión:

$$a^n \text{ donde } a \in \mathbb{Z}, n \in \mathbb{N}$$

- $a$  es la base (número entero)
- $n$  es el exponente (número natural)

#### Potencias de base cero

$$0^2 = \underbrace{0 \cdot 0}_{2 \text{ veces}} = 0$$
$$0^{100} = \underbrace{0 \cdot 0 \cdot \dots \cdot 0}_{100 \text{ veces}} = 0$$

#### Potencias de exponente par

$$10^2 = \underbrace{10 \cdot 10}_{2 \text{ veces}} = 100$$
$$(-10)^2 = \underbrace{(-10) \cdot (-10)}_{2 \text{ veces}} = 100$$

Multiplicación o División	Positivo	Negativo
Positivo	Positivo	Negativo
Negativo	Negativo	Positivo

Cumpliendo con las reglas de multiplicidad, "negativo por negativo da positivo", de eso se desprende que **potencias de base negativa con exponente par son siempre positivas**.

## Potencias de exponente impar

Ejemplos:

$$10^3 = \underbrace{10 \cdot 10 \cdot 10}_{3 \text{ veces}} = 1000$$
$$(-10)^3 = \underbrace{(-10) \cdot (-10) \cdot (-10)}_{3 \text{ veces}} = -1000$$

Del mismo modo, las **potencias de base negativa con exponente impar son siempre negativas**.

## Potencias con Base Entera y Exponente Entero

En la expresión:

$$a^n \quad \text{donde} \quad a \in \mathbb{Z}, n \in \mathbb{Z}$$

- $a$  es la base (número entero)
- $n$  es el exponente (número entero)

## Potencias de base cero

$$0^2 = \underbrace{0 \cdot 0}_{2 \text{ veces}} = 0$$
$$0^{-1} \text{ no existe (forma indeterminada)}$$

## Potencias de exponente cero

Para  $a \neq 0$ :

$$a^0 = 1$$
$$0^0 \text{ no existe (forma indeterminada)}$$

## Potencias con Base Entera Exponente Entero

Para  $a \neq 0$  y  $n \in \mathbb{N}$ :

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

## Potencias de Exponente Negativo

$$a^0 = 1 \quad \boxed{0 \text{ veces}}$$
$$a^{-1} = \left(\frac{1}{a}\right)^1 \quad \boxed{-1 \text{ veces}}$$
$$a^{-2} = \left(\frac{1}{a}\right)^2 \quad \boxed{-2 \text{ veces}}$$

Entonces  $0^0 = \text{No existe porque}$

$$0^0 = 0^{1-1} = \frac{0}{0}$$

En la expresión:

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n \quad \text{donde} \quad \frac{a}{b} \in \mathbb{Q}, n \in \mathbb{Z}$$
$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \underbrace{\frac{a}{b} \cdot \frac{a}{b} \cdots \frac{a}{b}}_{n \text{ veces}} = \frac{a^n}{b^n}$$

## Multiplicación de potencias de igual base

Para multiplicar potencias de igual base, se conserva la base y se suman los exponentes.

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n \cdot \left(\frac{a}{b}\right)^m = \left(\frac{a}{b}\right)^{n+m}$$

Ejemplo:

$$(-3)^2 \cdot (-3)^3 = (-3)^{2+3} = (-3)^5 = -243$$

## División de potencias de igual base

Para dividir potencias de igual base, se conserva la base y se restan los exponentes.

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n \div \left(\frac{a}{b}\right)^m = \left(\frac{a}{b}\right)^{n-m}$$

Ejemplo:

$$\frac{2^7}{2^5} = 2^{7-5} = 2^2 = 4$$

## Multiplicación de potencias de igual exponente

Para multiplicar potencias de igual exponente pero distinta base, se conservan los exponentes y se multiplican las bases.

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n \cdot \left(\frac{c}{d}\right)^n = \left(\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d}\right)^n = \left(\frac{ac}{bd}\right)^n$$

Ejemplo:

$$3^3 \cdot 5^3 = (3 \cdot 5)^3 = 15^3 = 3,375$$

## División de potencias de igual exponente

Para dividir potencias de igual exponente pero distinta base, se conservan los exponentes y se dividen las bases.

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n \div \left(\frac{c}{d}\right)^n = \left(\frac{a}{b} \div \frac{c}{d}\right)^n = \left(\frac{ad}{bc}\right)^n$$

Ejemplo:

$$\left(\frac{3}{2}\right)^3 \div \left(\frac{5}{2}\right)^3 = \left(\frac{3}{2} \times \frac{2}{5}\right)^3 = \left(\frac{3}{5}\right)^3 = \frac{27}{125}$$

## Potencia de una potencia

Para calcular la potencia de una potencia, se conserva la base y se multiplican los exponentes.

$$\left(\left(\frac{a}{b}\right)^n\right)^m = \left(\frac{a}{b}\right)^{n \cdot m}$$

Ejemplo:

$$(3^5)^2 = 3^{5 \times 2} = 3^{10} = 59,049$$

## Potencia de exponente negativo

Para calcular una potencia de base racional y exponente negativo, se invierte la fracción y se cambia el signo del exponente.

$$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$$

Ejemplo:

$$\left(\frac{3}{2}\right)^{-3} = \left(\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{8}{27}$$

## Resumen

---

- Multiplicación de potencias con igual base

$$a^n \cdot a^m = a^{n+m}$$

- División de potencias con igual base

$$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$$

- Multiplicación de potencias con igual exponente

$$a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$$

- División de potencias con igual exponente

$$\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$$

- Potencia de una potencia

$$(a^n)^m = a^{n \cdot m}$$

- Exponente negativo

$$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$$

---

## Notación Científica

La notación científica permite expresar números muy grandes o muy pequeños utilizando potencias de 10:

$$a \times 10^n$$

- $1 \leq |a| < 10$  (coeficiente)
- $n \in \mathbb{Z}$  (exponente entero)

## Ejemplos

$$134.000.000 = 1,34 \times 10^8$$
$$0,000000000000000749 = 7,49 \times 10^{-15}$$

## Conversión

Para convertir un número a notación científica:

1. Mover el punto decimal hasta obtener  $1 \leq |a| < 10$
2. Contar las posiciones movidas = exponente  $n$
3. Si se movió a la izquierda,  $n > 0$
4. Si se movió a la derecha,  $n < 0$

## Suma con igual exponente

Cuando los números tienen el mismo exponente:

$$5,94 \times 10^{87} + 1,435 \times 10^{87} = (5,94 + 1,435) \times 10^{87} = 7,375 \times 10^{87}$$

## Suma con exponentes diferentes

Cuando los exponentes son diferentes, se igualan:

$$\begin{aligned} 5,94 \times 10^{87} + 1,435 \times 10^{88} &= 5,94 \times 10^{87} + (1,435 \times 10^1) \times 10^{87} \\ &= 5,94 \times 10^{87} + 14,35 \times 10^{87} \\ &= (5,94 + 14,35) \times 10^{87} \\ &= 20,29 \times 10^{87} \\ &= 2,029 \times 10^{88} \end{aligned}$$

## Multiplicación

Para multiplicar números en notación científica:

$$\begin{aligned} (3,56 \times 10^5) \times (6,54 \times 10^7) &= (3,56 \times 6,54) \times (10^5 \times 10^7) \\ &= 23,2824 \times 10^{12} \\ &= 2,32824 \times 10^{13} \end{aligned}$$

## Reglas generales

- **Suma/Resta:** Igualar exponentes y operar coeficientes
- **Multiplicación:** Multiplicar coeficientes y sumar exponentes
- **División:** Dividir coeficientes y restar exponentes
- **Ajuste final:** El coeficiente debe cumplir  $1 \leq |a| < 10$

### III. Ejercicios de Admisiones pasadas

1)  $(-3)^2 - (-3)^3 =$  [PSU 2012]

- a) -15
- b) -18
- c) 18
- d) -36
- e) 36

2)  $\frac{0,1^2 - 0,1^3}{0,1}$  [PSU 2014]

- a) -1
- b) 0
- c) 0,1
- d) 0,009
- e) 0,09

3) Si  $n$  es un número entero positivo, entonces el valor de  $(-1)^n + (-1)^{2n}$  es [PSU 2012]

- a) 0
- b) 2
- c) -2
- d) -1
- e) depende del valor de  $n$ .

4) Se tiene un círculo de área  $64 \text{ cm}^2$ . Si el radio del círculo se duplica cada 2 minutos, entonces el área del círculo obtenido a los 50 minutos será [PSU 2016]

- a)  $2^{25} \cdot 64 \text{ cm}^2$
- b)  $2 \cdot 64 \cdot 50 \text{ cm}^2$
- c)  $2 \cdot 64 \cdot 25 \text{ cm}^2$
- d)  $2^{50} \cdot 64 \text{ cm}^2$
- e)  $64 \cdot 25 \text{ cm}^2$

5) Sea  $n$  un número entero, ¿cuál(es) de las siguientes afirmaciones es (son) **siempre** verdadera(s)? [PSU 2013]

I)  $2^n$  es un número entero divisible por 2.

II)  $\frac{1}{2^n}$  es un número menor que 1.

III)  $2^n - 2^{n-1} = 2^{n-1}$ .

- a) Solo I
- b) Solo II
- c) Solo III
- d) Solo I y II
- e) Ninguna de ellas.

6) Sean  $a$  y  $b$  números racionales distintos de cero y sean  $m$ ,  $n$  y  $k$  números enteros. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones podría ser **FALSA**? [PSU 2014]

- a)  $(-a)^3 = -a^3$
- b)  $\left(\frac{a}{b}\right)^0 = \left(\frac{b}{a}\right)^0$
- c)  $(-a)^{-2n} = \frac{1}{a^{2n}}$
- d)  $(a^n)^{k+m} = a^{nk} + a^{nm}$
- e)  $(a^{-m} \cdot b)^{-n} = \frac{a^{mn}}{b^n}$

7) Si  $p = 5,2 \cdot 10^{-3}$  y  $q = 2 \cdot 10^{-3}$ , ¿cuál(es) de las siguientes igualdades se cumple(n)? [PSU 2009]

- I)  $p + q = 7,2 \cdot 10^{-3}$ .
- II)  $p \cdot q = 1,04 \cdot 10^{-5}$ .
- III)  $p - q = 3,2$ .

- a) Solo I
- b) Solo II
- c) Solo III
- d) Solo I y II
- e) Solo I y III

8) El orden de los números:  $m = 4,51 \cdot 10^{-6}$ ;  $n = 45,1 \cdot 10^{-5}$  y  $p = 451 \cdot 10^{-7}$ , de menor a mayor, es [PSU 2008]

- a) M, N, P
- b) P, M, N
- c) N, M, P
- d) P, N, M
- e) M, P, N

9) Mario planea viajar de la ciudad M a la ciudad N, para lo cual deberá recorrer en su auto  $1,344 \cdot 10^6$  m en tres días, de modo que cada día recorrerá la misma distancia. Si el primer día Mario recorrerá, adicionalmente a lo que va a recorrer en un día, 11 km en su auto para conocer el pueblo donde parará a descansar, ¿cuántos metros recorrerá durante el primer día en su auto, sabiendo que éste lo usará solo para los dos motivos mencionados? [PSU 2014]

- a)  $11.000,448 \cdot 10^6$
- b)  $11,448 \cdot 10^6$
- c)  $4,59 \cdot 10^5$
- d)  $4,48011 \cdot 10^5$
- e)  $0,814 \cdot 10^{10}$

10) Es posible afirmar que dos potencias de base positivas y exponentes enteros son siempre **diferentes** entre sí, al cumplirse que [PSU 2010]

- (1) Las bases son **diferentes**.
- (2) Los exponentes son **diferentes**.

- a) (1) por sí sola
- b) (2) por sí sola
- c) Ambas juntas, (1) y (2)
- d) Cada una por sí sola, (1) o (2)
- e) Se requiere información adicional

1.	E	2.	E	3.	E	4.	D	5.	C
6.	D	7.	D	8.	E	9.	C	10.	E

#### IV. Ejercicios tipo PAES

- 11) Si la potencia  $a^b$  es igual a 1 para  $a \neq 0$ , entonces ¿cuál(es) de las siguientes afirmaciones es (son) siempre verdadera(s)?
- I)  $b$  debe ser 0.
  - II)  $a$  podría ser -1.
  - III) Si  $a$  es igual a la unidad, entonces  $b$  puede ser cualquier número real.
- a) Solo II
  - b) Solo III
  - c) Solo I y II
  - d) Solo I y III
  - e) Solo II y III
- 12) El recíproco del opuesto del cubo de menos tres es igual a
- a) 27
  - b)  $27^{-1}$
  - c)  $-27^{-1}$
  - d) -27
  - e) -9
- 13) La expresión  $\frac{(3^4)^7(2^{14})^2}{(6^5)^5}$  equivale a
- a)  $2^3 \cdot 3^3$
  - b) 1
  - c)  $6^{-3}$
  - d)  $2^2 \cdot 3^2$
  - e) 6
- 14) ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera?
- a)  $0^0 = 1$
  - b)  $7^6 + 7^8 = 7^{15}$
  - c)  $-2^2 = 4$
  - d)  $\frac{1}{2^{-3}} = -8$
  - e)  $5^7 \cdot 5^{-7} = 1$
- 15) Si  $x = y$ , entonces  $x^y \cdot y^x$  se puede expresar como
- a)  $(2x)^2$
  - b)  $x^2$
  - c)  $(2x)^{2x}$
  - d)  $x^{2x}$
  - e)  $(2x)^x$
- 16) Para  $t \neq 0$  se tiene que  $t^{m-3}(t^{m-2} - t^{3-m})$  es igual a
- a)  $t^{3m-3} - 1$
  - b)  $1 - t^{2m+6}$
  - c)  $t^{2m-5} - 1$
  - d)  $t^{m-2}$
  - e)  $t^{2m-5} - t^{-2m-6}$
- 17) Si  $\frac{10^{-10} \cdot 6^{-6}}{15^{-15} \cdot 21^{-21}} = P \cdot 3^{30} \cdot 5^5$ , entonces  $P$  vale
- a)  $\frac{2^{16}}{7^{21}}$
  - b)  $\frac{7^{21}}{2^{10}}$
  - c)  $\frac{2^6}{7^{21}}$
  - d)  $\frac{2^{10}}{7^{21}}$
  - e)  $\frac{2^{16}}{7^{21}}$
- 18) Si  $m, n, p$  y  $q$  son números reales positivo tales que  $m^{-2} = p^{-6}$  y  $n^2 = q^6$ , entonces la expresión  $(mn) : (pq)$ , en términos de  $p$  y  $q$ , es igual a
- a) 1
  - b)  $pq$
  - c)  $\frac{p}{q}$
  - d)  $(pq)^2$
  - e)  $(pq)^{-2}$

19) Al simplificar la expresión  $\frac{5 \cdot 3^a - 9 \cdot 3^{a-2}}{3^a - 3^{a-1}}$

- a) 8
- b)  $\frac{3}{2}$
- c) 6
- d)  $\frac{8}{3}$
- e) 3

20)  $\left( \frac{3^{-5}}{3^{-4} + 3^{-4} + 3^{-4}} \right)^{-1}$

- a)  $3^2$
- b)  $3^{-2}$
- c)  $3^{-3}$
- d)  $3^3$
- e)  $3^{-7}$

21)  $\frac{5.400 \cdot 3,8}{0,18 \cdot 0,19}$

- a)  $6 \cdot 10^{-3}$
- b)  $6 \cdot 10^{-2}$
- c) 60
- d)  $6 \cdot 10^3$
- e)  $6 \cdot 10^5$

22) Si  $m = 0,00001$  y  $p = 100 \cdot 10^{-4}$ , entonces  $\left( \frac{m^2}{p} \right)$  es igual a

- a)  $10^{-12}$
- b)  $10^{-8}$
- c)  $10^{-6}$
- d)  $10^{-4}$
- e)  $10^{-3}$

23) El valor de  $(9^3 + 9^3 + 9^3)$  es

- a) 81
- b)  $3^7$
- c)  $27^3$
- d)  $9^9$
- e)  $27^9$

24) ¿Cuál(es) de las siguientes operaciones da(n) como resultado  $3 \cdot 10^{-2}$ ?

- I)  $\frac{2 \cdot 10^5}{6 \cdot 10^7}$
- II)  $8 - 5 \cdot 10^{-2}$
- III)  $0,15 \cdot 0,02$

- a) Solo III
- b) Solo I y II
- c) Solo I y III
- d) Solo II y III
- e) Ninguna de ellas.

25) ¿Cuál(es) de las siguientes igualdades es (son) verdadera(s)?

- I)  $9 \cdot 27 = 3^6$
- II)  $(9 + 27)^2 = 16 \cdot 3^4$
- III)  $27^2 - 9^2 = 8 \cdot 3^4$

- a) Solo I
- b) Solo II
- c) Solo III
- d) Solo II y III
- e) I, II y III