



# Guía N°6 (M1)

## << Medidas de Tendencia Central >>

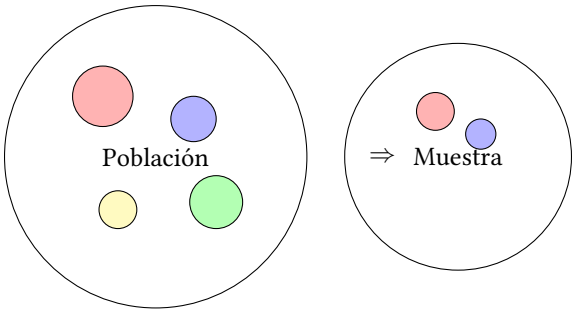
NOMBRE: \_\_\_\_\_

### I. Introducción

La estadística es una herramienta fundamental en la investigación científica y la toma de decisiones. Permite transformar datos brutos en información valiosa mediante técnicas de recolección, organización, análisis e interpretación de datos.

### II. Conceptos Básicos

La **Estadística** es la rama de la ciencia que permite la recolección, organización y análisis de datos numéricos de los cuales se puede obtener conclusiones válidas para la toma de decisiones. El conjunto completo de individuos u objetos que poseen una característica común observable y medible se le llama **Población o Universo**.



Una **Muestra** es una parte de la población. Pero en los casos en que la población es muy extensa para hacer algún estudio estadístico, se toma una **muestra representativa**, en que las unidades son seleccionadas al azar y su tamaño es adecuado para el estudio. Las conclusiones que se obtienen de ella son válidas para toda la población. Aun así, no se puede desconocer la posibilidad de un error muestral que surge de haber considerado una muestra de la población en lugar de la población completa.

Se determina una **variable** sobre la cual trabajar, que es cualquier característica común a los elementos de una población o muestra, que toma diferentes valores llamados datos estadísticos.

El conjunto de valores que ella puede tomar se llama **recorrido o rango de una variable**.

| Tipo de Variable | Descripción y Ejemplos                                                           |
|------------------|----------------------------------------------------------------------------------|
| Cuantitativa     | Toma valores numéricos. Ejemplo: Edad, peso, altura                              |
| Cualitativa      | Toma características o cualidades. Ejemplo: Color favorito, estado civil         |
| Discreta         | Conjunto finito de valores posibles. Ejemplo: Número de hijos, cantidad de autos |
| Continua         | Siempre existe valor intermedio entre dos valores. Ejemplo: Estatura, peso       |
| Dicotómica       | Solo puede tomar dos valores. Ejemplo: Sí/No, Hombre/Mujer                       |

### Escalas de Medición

- **Escala Nominal:** permite clasificar cualitativamente sin jerarquía utilizando símbolos conceptos que identifiquen las clases las cuales pertenecen los elementos. *Ejemplo: "Estado Civil de las personas" o "Sabores de helado".*
- **Escala Ordinal:** si la variable es cualitativa, permite clasificar y jerarquizar valores mediante una ordenación. *Ejemplo: "nivel socio-económico" o "pisos de un edificio".*
- **Escala de Intervalos:** con variables cuantitativas, se clasificamos datos numéricos en una escala de intervalos en que están presentes todas las características de una escala ordinal. Además, la distancia entre los extremos o niveles es fijo para cada caso y se le denomina Amplitud de intervalo. *Ejemplo: "Estatura de un curso" o "Peso de un curso".*

# Datos Agrupados

Para agrupar datos suelen utilizar tablas de frecuencias, en las cuales la columna de la variable medida va seguida de otra(s) columna(s) de frecuencias (absoluta, relativa, acumulada, etc.).

- **Tamaño del Intervalo (Amplitud):**

$$A = \frac{x_{\max} - x_{\min}}{\text{n}^\circ \text{ de intervalos}}$$

- **Intervalo de Clase:** Es cada uno de los intervalos en que se subdivide una muestra, dado por un par de números distintos denominados límite inferior y límite superior.

$$\left[ x_{i-1} \quad x_i \right]$$

- **Marca de clase:** Punto medio de cada intervalo.

$$x'_i = \frac{x_{i-1} + x_i}{2}$$

- **Frecuencia Absoluta (f):** Número de veces que se repite un dato.
- **Frecuencia Total (n):** Suma de todas las frecuencias absolutas.
- **Frecuencia Acumulada:** Suma progresiva de frecuencias.
- **Frecuencia Relativa:** Proporción respecto al total.

## Ejemplo de Tabla de Frecuencias

| Intervalo    | Marca de clase | Frecuencia (f) | Frecuencia acumulada | Frecuencia relativa (%) |
|--------------|----------------|----------------|----------------------|-------------------------|
| [10 – 20)    | 15             | 5              | 5                    | 16.7%                   |
| [20 – 30)    | 25             | 8              | 13                   | 26.7%                   |
| [30 – 40)    | 35             | 12             | 25                   | 40.0%                   |
| [40 – 50)    | 45             | 5              | 30                   | 16.7%                   |
| <b>Total</b> | -              | 30             | -                    | 100%                    |

# Medidas de Tendencia Central

Las medidas de tendencia central son valores que representan el centro de un conjunto de datos.

## Media Aritmética o Promedio ( $\bar{x}$ )

La media corresponde a la suma de los datos dividida en el número de datos:

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n}{n} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

Para datos agrupados:

$$\bar{x} = \frac{x_1 \cdot f_1 + x_2 \cdot f_2 + \dots + x_n \cdot f_n}{n} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \cdot f_i$$

**Ejemplo:** Para los datos 3, 5, 7, 7, 8:

$$\bar{x} = \frac{3 + 5 + 7 + 7 + 8}{5} = \frac{30}{5} = 6$$

## Moda (Mo)

Corresponde al dato con mayor frecuencia absoluta:

- **Unimodal:** Una sola moda
- **Bimodal:** Dos modas
- **Amodal:** Sin moda

**Ejemplo:** En la muestra {1, 1, 1, 2, 3, 5, 5, 7, 7, 7} hay dos modas: 1 y 7 (bimodal).

## Mediana (Me)

Es el valor que ocupa el lugar central en un conjunto de datos ordenados.

- **Datos impares:** Valor central
- **Datos pares:** Promedio de los dos valores centrales

**Ejemplo:**

- Para 3, 5, 7, 9, 11 (impares): Me = 7
- Para 3, 5, 7, 9 (pares): Me =  $\frac{5+7}{2} = 6$

III. Ejercicios de Admisiones pasadas

1) La tabla adjunta muestra algunos de los datos que resultan de encuestar a un grupo de adultos mayores sobre la edad que tienen. Con respecto a los datos de esta tabla, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es **FALSA**? [PSU 2014]

- a) La marca de clase del segundo intervalo es 64,5 años.
- b) EL rango de la variable edad es 15 años.
- c) La moda es 42.
- d) La mediana se encuentra en el intervalo [66,69[.
- e) La frecuencia relativa porcentual del último intervalo es 8%.

| Edad (años) | Frecuencia | Frecuencia Acumulada |
|-------------|------------|----------------------|
| [60,63[     | 5          |                      |
| [63,66[     |            | 23                   |
| [66,69[     | 42         |                      |
| [69,72[     | 27         |                      |
| [72,75[     |            | 100                  |

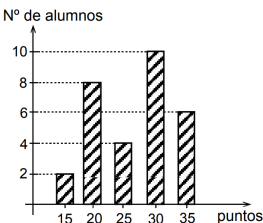
2) A los 45 alumnos de un curso se les consultó acerca de cuál era su deporte favorito. La tabla adjunta muestra los resultados obtenidos. Para estos datos, ¿cuál(es) de las siguientes afirmaciones es (son) verdadera(s)? [PSU 2012]

- I) La moda es 19.
  - II) La media aritmética (o promedio) es 11,25.
  - III) La mediana es 11.
- a) Solo I
  - b) Solo I y II
  - c) Solo II y III
  - d) I, II y III
  - e) Ninguna de ellas.

| Deporte    | Nº de alumnos |
|------------|---------------|
| Tenis      | 9             |
| Básquetbol | 13            |
| Fútbol     | 19            |
| Natación   | 4             |

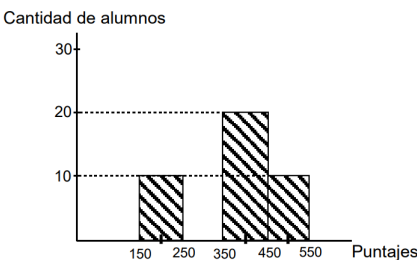
3) El gráfico de la figura muestra los puntajes obtenidos por todos los integrantes de un curso en una evaluación de Historia. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera? [PSU 2012]

- a) El curso tiene exactamente 10 alumnos.
- b) Exactamente 10 alumnos obtuvieron menos de 30 puntos.
- c) Más de la mitad del curso, obtuvo un puntaje sobre los 25 puntos.
- d) 16 alumnos corresponden al 50% de los integrantes del curso.
- e) El promedio de los puntajes fue de 25 puntos.



4) El gráfico de la figura muestra los puntajes, en intervalos, obtenidos en una prueba por los alumnos de un curso. Se desconoce el número de personas que obtuvo puntajes entre 250 y 350 puntos. Si se sabe que el promedio total del curso, obtenido a partir de la marca de clase, es de 360 puntos, ¿cuántos alumnos rindieron la prueba? [PSU 2014]

- a) 50
- b) 40
- c) 30
- d) 20
- e) 10



5) Se tienen los puntajes del total de estudiantes de un curso en un examen de matemáticas, los puntajes se agrupan posteriormente en intervalos como se muestra en la tabla adjunta. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es **FALSA**? [PSU 2014]

- a) 39 alumnos obtuvieron al menos 20 puntos.
- b) 45 alumnos rindieron el examen.
- c) La mediana de los puntajes se encuentra en el intervalo [30,39].
- d) 6 alumnos obtuvieron a lo más 19 puntos.
- e) Se puede deducir que la moda de los puntajes de los alumnos se encuentra en el intervalo [40,50].

| Puntajes | Nº de alumnos |
|----------|---------------|
| [0,9]    | 2             |
| [10,19]  | 4             |
| [20,29]  | 7             |
| [30,39]  | 15            |
| [40,50]  | 17            |

6) Al observar los grupos de datos P y Q de la tabla adjunta, se puede deducir que **[PSU 2014]**

- a) solo las medias aritméticas y las modas de P y Q son iguales.
- b) las medias aritméticas y las medianas de P y Q son iguales.
- c) las medianas y las modas de P y Q son iguales.
- d) las medias, las medianas y las modas de P y Q son iguales.
- e) las medias, las medianas y las modas de P y Q son diferentes.

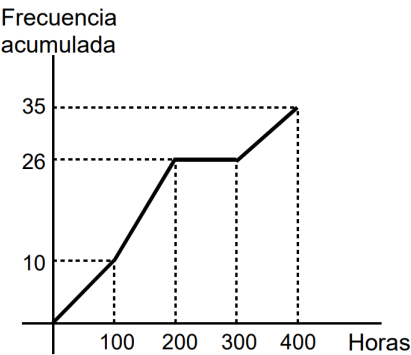
|   |    |    |    |    |    |    |
|---|----|----|----|----|----|----|
| P | 10 | 12 | 13 | 13 | 15 | 16 |
| Q | 10 | 12 | 13 | 13 | 15 | 17 |

7) En cierto pueblo se dieron a conocer los resultados de una encuesta aplicada recientemente para sondear las preferencias de la población en las próximas elecciones de alcalde. Dicha encuesta tiene un margen de error del 3% y un alto nivel de confianza. Los resultados obtenidos fueron: el 15% de los encuestados dice apoyar al candidato A, el 39% dice que apoya al candidato B, el 41% apoya al candidato C y el 5% no apoya a ninguno de los candidatos. Si la población votante del pueblo es de 1.000 personas y las elecciones fueran hoy, es correcto afirmar con una mayor probabilidad que: **[PSU 2011]**

- a) el candidato A obtendría 150 votos.
- b) el candidato B obtendría entre 390 y 420 votos.
- c) el candidato C obtendría entre 380 y 410 votos.
- d) el candidato C ganaría la elección.
- e) entre 20 y 80 votantes no se inclinaría por ningún candidato.

8) En un estudio se registró en una tabla de datos agrupados el tiempo de duración en horas de un lote de ampollitas y con estos datos se construyó la ojiva de la figura adjunta. De acuerdo a este gráfico se puede deducir que es (son) verdadera(s) **[PSU 2016]**

- I) 97 ampollitas fueron registradas en el estudio.
  - II) la mayor cantidad de ampollitas duró entre 300 y 400 horas.
  - III) la mediana del número de horas de duración de las ampollitas se encuentra en el intervalo [200,300[.
- a) Solo I
  - b) Solo II
  - c) Solo III
  - d) I y III
  - e) Ninguna de ellas.

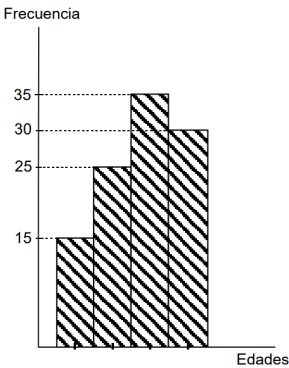


9) Si las notas de Esteban en una asignatura son: 3, 4, 6, 3, 5, 5, 6, 3, 4 y de estas notas se cambia un 6 por un 7, ¿cuál(es) de las siguientes medidas de tendencia central cambian(n)? **[PSU 2013]**

- I) La moda.
  - II) La mediana.
  - III) La media aritmética (o promedio).
- a) Solo II
  - b) Solo III
  - c) Solo I y II
  - d) Solo II y III
  - e) Ninguna de ellas.

10) El histograma de la figura muestra la distribución de las edades de un grupo de personas, en donde no se han indicado las edades de ellas. Se puede determinar la media aritmética de las edades dadas en el gráfico, si se conoce: **[PSU 2014]**

- (1) El valor de la mediana de la distribución.
  - (2) El valor de las marcas de clases de cada intervalo de la distribución.
- a) (1) por sí sola
  - b) (2) por sí sola
  - c) Ambas juntas, (1) y (2)
  - d) Cada una por sí sola, (1) o (2)
  - e) Se requiere información adicional

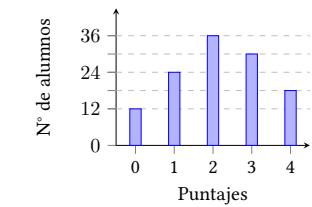


|    |   |    |   |    |   |    |   |     |   |
|----|---|----|---|----|---|----|---|-----|---|
| 1. | C | 2. | E | 3. | C | 4. | E | 5.  | E |
| 6. | C | 7. | E | 8. | E | 9. | B | 10. | B |

IV. Ejercicios tipo PAES

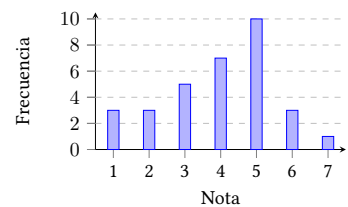
11) En una encuesta a un grupo de universitarios se les preguntó por el número de veces que se lavan los dientes durante un día. El gráfico siguiente muestra esta información, ¿cuántas personas hay en este grupo?

- a) 24
- b) 36
- c) 60
- d) 120
- e) 124



12) El gráfico de la figura muestra la distribución de notas de un grupo de 32 alumnos. ¿Cuál de los siguientes valores representan la mediana y la moda respectivamente?

- a) 4,5 y 3
- b) 4,5 y 5
- c) 4 y 4,5
- d) 4 y 5
- e) 4 y 3



13) La tabla adjunta muestra el número de sílabas que tiene la palabra favorita de los participantes de una encuesta. De acuerdo con esta información, ¿Cuál (es) de las siguientes afirmaciones es (son) verdadera(s)?

- I) La moda es 3.
  - II) La mediana es 3.
  - III) La media es 3.
- a) Solo I
  - b) Solo I y III
  - c) Solo II y III
  - d) I, II y III
  - e) Ninguna

| Sílabas | Personas |
|---------|----------|
| 1       | 40       |
| 2       | 80       |
| 3       | 20       |
| 4       | 80       |
| 5       | 40       |

14) Un colegio quiere saber si un taller de fútbol mixto tendrá buena acogida en el alumnado, para lo cual realizará una encuesta. Con el propósito de obtener una **muestra representativa**, ¿a cuál de los siguientes grupos debería aplicar la encuesta?

- a) A todos los miembros del equipo de rugby del colegio.
- b) A todos los miembros del taller de teatro
- c) A todos los estudiantes que tienen clase de inglés los días lunes.
- d) A cada tercer estudiantes que entre al edificio.
- e) A los miembros del club de ajedrez

15) Don Gerardo registró las horas a las que recibió las llamadas de teléfono de su hijo cada día durante los últimos 10 días:

$9 - 12 - 9 - 13 - 8 - 15 - 15 - 12 - 12 - 15$

¿Cuál es la diferencia entre la media aritmética y la mediana de estas horas?

- a) 0
- b) 0,2
- c) 0,3
- d) 0,4
- e) 0,5

16) Al testear el rendimiento de la tinta de 10 bolígrafos, se obtuvo que con ellos se lograba trazar una línea de longitud promedio de 1,220 metros. Dentro del mismo grupo se descarta un bolígrafo que supuestamente no cumple la norma mínima de funcionamiento, de 1 kilómetro, y se calcula nuevamente el promedio, que resulta ser de 1.250 metros. Para saber si el lápiz fue retirado de forma correcta (trazado inferior a 1 km), con los datos proporcionados, se obtiene que la distancia total del trazado del lápiz retirado fue de

- a) 970 metros.
- b) 1.520 metros.
- c) 950 metros.
- d) 1.220 metros.
- e) 1.000 metros.

17) La lista siguiente corresponde a las respuestas de un grupo de 10 personas a las que se les preguntó: "¿Cuántas mascotas ha tenido usted e su vida?"

$3 - 1 - 7 - 1 - 4 - 4 - 3 - 2 - 3 - 2$

A partir de dicha información, ¿cuál de las siguientes alternativas es verdadera?

- a) La media aritmética es igual a 3,1.
- b) La moda es menor que la mediana.
- c) La mediana es iguala a 4.
- d) La mediana, la moda y la media son iguales.
- e) La moda y la media son iguales, pero distintas de la mediana.

18) El promedio de puntajes de una prueba obtenidos en un curso A, que tiene 50 alumnos, es de 20 y el de un curso B, que tiene 25 alumnos, es 80; entonces el promedio de puntajes de la prueba de los alumnos de ambos cursos es

- a) 35
- b) 40
- c) 45
- d) 48
- e) 50

19) En cierta casa de estudios se observa la distribución de las comunas en donde habitan sus alumnos. Si se quiere resumir la información obtenida, se puede utilizar

- a) la moda.
- b) la mediana.
- c) las frecuencias acumuladas absolutas.
- d) las frecuencias relativas.
- e) Ninguna de las anteriores.

20) Doña Meme ha gastado cada semana \$ 120.000 durante siete semanas. Si la octava semana decide que su consumo debe ser tal que en estas ocho semanas el promedio de gasto sea de \$ 115.000, entonces ¿cuánto debería gastar la octava semana?

- a) \$ 110.000
- b) \$ 105.000
- c) \$ 100.000
- d) \$ 90.000
- e) \$ 80.000

21) Un conjunto está formado por todos los números pares entre el 15 y el 75, sin que ninguno de ellos se repita. Si el conjunto se agrupa en cinco intervalos de igual amplitud, ¿cuál es la marca de clase del cuarto intervalo?

- a) 45
- b) 57
- c) 36,5
- d) 62
- e) 56,5

22) En la distribución de frecuencias de la tabla adjunta, el valor de  $x$  se puede expresar **siempre** como

- a)  $k - p$
- b)  $k - 100m$
- c)  $100m$
- d)  $k - 100p$
- e)  $100k - p$

| Datos   | Frec. relativa | Frec. porcentual acum. |
|---------|----------------|------------------------|
| [11,15] |                |                        |
| [16,20] | $m$            | $x$                    |
| [21,25] | $p$            | $k$                    |
| [26,30] |                |                        |

23) La tabla adjunta muestra los resultados de una prueba realizada a un grupo de conductores, en la cual se registró la rapidez máxima que alcanzó cada uno, sin decimales. Con respecto a la información de la tabla, es correcto afirmar que

- I) los conductores del tercer intervalo alcanzaron en promedio una rapidez máxima de 95,5 km/h.
- II) en el primer intervalo, al menos dos conductores registraron la misma rapidez máxima.
- III) la frecuencia porcentual acumulada hasta el segundo intervalo es de 32%.

Es (son) verdadera(s)

- a) Solo I.
- b) Solo II.
- c) Solo III.
- d) I y II.
- e) II y III.

| Rapidez máxima (km/h) | Frecuencia |
|-----------------------|------------|
| [71,80]               | 11         |
| [81,90]               | 8          |
| [91,100]              | 6          |

24) La tabla adjunta muestra la longitud de un grupo de troncos cortados en un aserradero, agrupadas en intervalos. ¿Cuál(es) de las siguientes afirmaciones es (son) verdadera(s)?

- I) La frecuencia porcentual acumulada hasta el intervalo [34, 36[ es 50%.
- II) Siete de los troncos miden menos de 34 cm.
- III) La frecuencia porcentual del intervalo [36, 38[ es 20%.

- a) Solo I
- b) Solo II
- c) Solo I y II
- d) Solo I y III
- e) I, II y III

| Longitud (cm) | Frecuencia |
|---------------|------------|
| [30, 32[      | 4          |
| [32, 34[      | 7          |
| [34, 36[      | 9          |
| [36, 38[      | 12         |
| [38, 40]      | 8          |

25) La tabla adjunta muestra la edad, en años, de los residentes de un condominio. ¿Cuál(es) de las siguientes afirmaciones es (son) verdadera(s)?

- I)  $a = 30$
- II)  $b = 35$
- III)  $c = 64$

- a) Solo I
- b) Solo II
- c) Solo III
- d) Solo I y II
- e) I, II y III

| Edad (años) | Marca de clase | Frec. | Frec. acumulada |
|-------------|----------------|-------|-----------------|
| [0, 20[     |                | 6     |                 |
| [20, 40[    | $a$            | 15    |                 |
| [40, 60[    |                | $b$   | 56              |
| [60, 80]    |                | 8     | $c$             |