



Guía N°7 (M1)

<< Medidas de Posición >>

NOMBRE: _____

I. Introducción

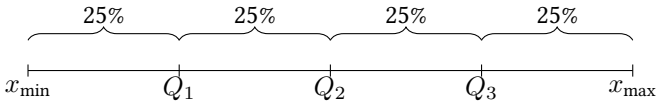
La estadística es una herramienta fundamental en la investigación científica y la toma de decisiones. Permite transformar datos brutos en información valiosa mediante técnicas de recolección, organización, análisis e interpretación de datos.

II. Medidas de Posición

Las medidas de posición, como su nombre lo indica, dividen a un conjunto de datos cuantitativos en grupos, de tal manera que la cantidad de datos entre cada medida de posición es el mismo.

Entonces, si los datos de la muestra son ordenados de menor a mayor, podemos identificar medidas llamadas **cuantiles**, las cuales dependen del número de partes en que se divide la muestra.

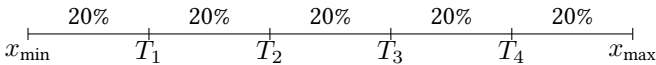
Los cuartiles corresponden a los tres valores que divide a los datos de la muestra en cuatro partes iguales, donde cada una de ellas corresponde al 25% del total de la muestra. Los designaremos por Q_1 , Q_2 y Q_3 .



$$Q_2 = \text{Mediana}$$

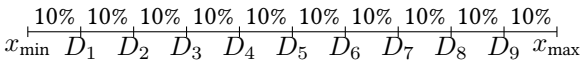
Quintiles

Los quintiles dividirán a la muestra en cinco partes iguales, correspondientes al 20% del total de la muestra. Son cuatro valores que llamaremos T_1 , T_2 , T_3 y T_4 .



Deciles

Los deciles corresponden a los nueve valores que dividen a la muestra en diez partes iguales, cada una de ellas agrupando el 10% del total de la muestra. Se designan por $D_1, D_2, \dots, D_9$.



Percentiles

Los percentiles son las medidas de posición más importantes y trabajan con cada porcentaje entero desde 1 hasta 99. Corresponden a los 99 valores que dividen a la muestra en 100 partes iguales, cada una de ellas agrupando el 1% del total de la muestra.

$$P_k = \text{Percentil k-ésimo}$$

- $Q_1 = P_{25}$
- $Q_2 = P_{50} = \text{Mediana}$
- $Q_3 = P_{75}$
- $D_1 = P_{10}$
- $D_5 = P_{50} = \text{Mediana}$
- $D_9 = P_{90}$

Cálculo de Cuartiles

Para calcular los cuartiles:

- 1. Ordenar los datos de menor a mayor
- 2. Calcular la posición de cada cuartil:

Posición $Q_1 = \frac{1}{4}(n + 1)$

Posición $Q_2 = \frac{2}{4}(n + 1) = \frac{1}{2}(n + 1)$

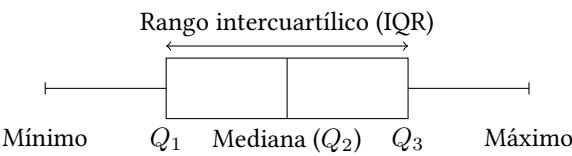
Posición $Q_3 = \frac{3}{4}(n + 1)$

- 3. Si la posición no es entera, interpolar entre los valores adyacentes

Diagrama de Caja y Bigotes

Los diagramas de Caja-Bigotes son una presentación visual que describe varias características importantes al mismo tiempo, tales como la dispersión y simetría.

Elementos del Diagrama de Caja



Características del Diagrama de Caja

- **Caja:** Representa el 50% central de los datos (Q_1 a Q_3)
- **Línea interior:** Representa la mediana (Q_2)
- **Bigotes:** Se extienden hasta los valores mínimo y máximo dentro de $1.5 \times \text{IQR}$
- **Outliers:** Valores fuera del rango [$Q_1 - 1.5 \times \text{IQR}$, $Q_3 + 1.5 \times \text{IQR}$]
- **Rango intercuartílico (IQR):** $IQR = Q_3 - Q_1$

Ejemplo de Construcción

Datos: 12, 15, 18, 22, 25, 28, 32, 35, 40, 45

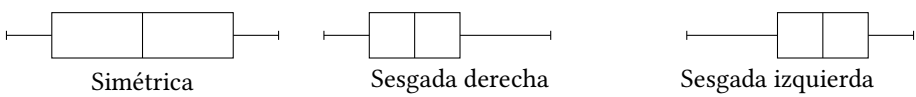
- 1. Ordenados: 12, 15, 18, 22, 25, 28, 32, 35, 40, 45
- 2. Q_2 (mediana) = $\frac{25+28}{2} = 26.5$
- 3. $Q_1 = 18$ (primer cuartil)
- 4. $Q_3 = 35$ (tercer cuartil)
- 5. $\text{IQR} = 35 - 18 = 17$
- 6. Límites:

Límite inferior = $18 - 1.5 \times 17 = -7.5$

Límite superior = $35 + 1.5 \times 17 = 60.5$

- 7. No hay outliers

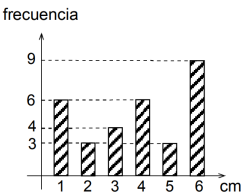
Interpretación de Diagramas de Caja



III. Ejercicios de Admisiones pasadas

1) Después de medir los largos de una colección de objetos, se obtiene el gráfico de frecuencias de la figura. ¿Cuál es el percentil 50 de los datos representados en este gráfico? [PSU 2013]

- a) 3,5 cm
- b) 5 cm
- c) 4 cm
- d) 6 cm
- e) 3 cm



2) Un conjunto formado por 200 números enteros consecutivos se representa en una tabla de distribución de frecuencias conformada por 25 intervalos consecutivos de igual amplitud. ¿En qué intervalo queda ubicado el segundo decil del conjunto?

- a) En el intervalo 20.
- b) En el intervalo 6.
- c) En el intervalo 3.
- d) En el intervalo 1.
- e) En el intervalo 5.

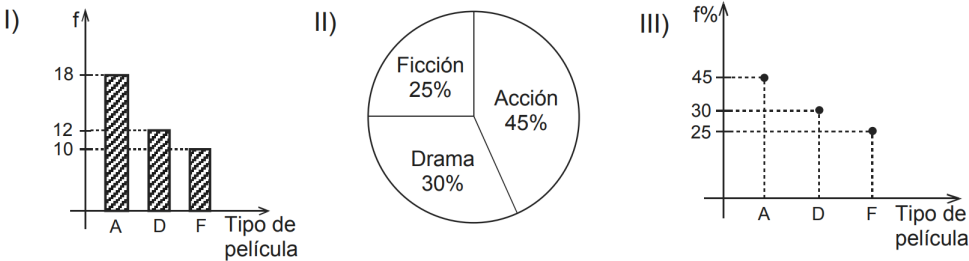
3) En una tabla de datos agrupados en intervalos de igual amplitud, el quintil 3 se encuentra en el intervalo [c – d[, con c y d números reales. ¿Cuál(es) de las siguientes medidas de posición siempre se encuentra(n) en este intervalo?

- I) El cuartil 2
- II) El percentil 59
- III) El decil 6
- a) Solo I
- b) Solo II
- c) Solo III
- d) Solo II y III
- e) I, II y III

4) Se hizo una encuesta sobre el tipo de película preferido por los alumnos de un curso, obteniéndose los siguientes resultados.

Tipo de película	N° de alumnos (f)	Frecuencia relativa
Acción (A)	18	0,45
Drama (D)	12	0,30
Ficción (F)	10	0,25

¿Cuál(es) de los siguientes gráficos se pueden construir a partir de la información entregada en la tabla adjunta? [PSU 2013]



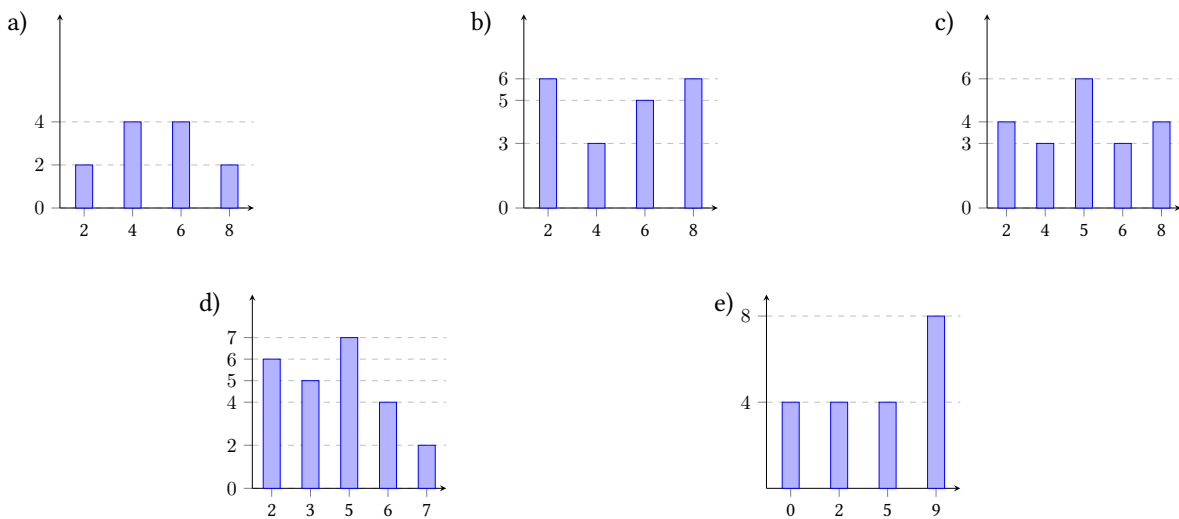
- a) Solo I
- b) Solo I y II
- c) Solo I y III
- d) Solo II y III
- e) I, II y III

5) La tabla adjunta muestra la distancia que deben recorrer los trabajadores de una empresa para llegar a su lugar de trabajo. Según esta información, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera?

- a) El decil 8 se encuentra en el intervalo [4, 6[.
- b) El percentil 15 se encuentra en el intervalo [8, 10[.
- c) El quintil 1 se encuentra en el intervalo [0, 2[.
- d) El cuartil 3 se encuentra en el intervalo [8, 10[.
- e) El cuartil 2 se encuentra en el intervalo [4, 6[.

Distancia (km)	Frecuencia
[0, 2[	3
[2, 4[	2
[4, 6[	4
[6, 8[	4
[8, 10[	6
[10, 12]	5

6) ¿Cuál de los siguientes gráficos representa a un conjunto de datos con media igual a 5 y primer cuartil igual a 2? [PSU 2016]



7) En la tabla adjunta se muestra la distribución de las edades de las personas que habitan en un edificio de departamentos, agrupados en intervalos. Entonces, el percentil 28 de la distribución se encuentra en el intervalo

- a) [10, 20[
- b) [50, 60[
- c) [40, 50[
- d) [20, 30[
- e) [30, 40[

Edad (años)	Frecuencia
[0, 10[	3
[10, 20[	5
[20, 30[	9
[30, 40[	21
[40, 50[	28
[50, 60[	25
[60, 70]	9

8) La tabla adjunta muestra una distribución de frecuencias agrupada en 8 intervalos consecutivos de igual amplitud. ¿En qué intervalo se encuentra el percentil 40 de la tabla?

- a) En el intervalo J.
- b) En el intervalo L.
- c) En el intervalo K.
- d) En el intervalo F.
- e) En el intervalo I.

Intervalo	F	G	H	I	J	K	L	M
Frecuencia	4	5	6	7	8	9	10	11

9) En la tabla adjunta se muestra el resultado del inventario de una bodega, donde se midió el largo de todas las cajas guardadas en ella. Es correcto afirmar que

- I) el percentil 85 se encuentra en el intervalo [30, 40[.
 - II) la mediana se encuentra en el intervalo [20, 30[.
 - III) el tercer quintil encuentra en el intervalo [20, 30[.
- a) Solo II
 - b) Solo I y II
 - c) Solo I y III
 - d) Solo II y III
 - e) I, II y III

Largo (cm)	Frecuencia
[10, 20[	12
[20, 30[	15
[30, 40[	9
[40, 50]	4

10) Una institución de salud está midiendo el nivel de glucosa en la sangre de las personas para conocer su riesgo de padecer diabetes. La tabla adjunta muestra los resultados de un grupo de voluntarios a los que se les midió dicho nivel. De acuerdo a lo anterior, ¿cuál de los siguientes valores se encuentra en el intervalo [75, 100[?

- a) Segundo quintil
- b) Tercer cuartil
- c) Tercer decil
- d) Mediana
- e) Percentil 87

Nivel de glucosa en la sangre (mg/dl)	Cantidad de personas
[50, 75[	8
[75, 100[	71
[100, 125[	64
[125, 150[	42
[150, 175]	15

1.	C	2.	E	3.	D	4.	E	5.	D
6.	D	7.	E	8.	A	9.	B	10.	C

IV. Ejercicios tipo PAES

11) En la tabla siguiente se muestran los precios de los cuadros de una exposición. ¿Cuáles son el rango y el segundo cuartil, respectivamente?

- a) \$200.000 y \$200.000
- b) \$150.000 y \$200.000
- c) \$200.000 y \$150.000
- d) \$300.000 y \$150.000
- e) \$300.000 y \$200.000

Precio	Número de cuadros
\$100.000	5
\$150.000	4
\$200.000	3
\$250.000	5
\$300.000	3

12) ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es siempre verdadera para un grupo de datos?

- a) La mediana corresponde a uno de los datos.
- b) El primer cuartil es menor que el tercer cuartil.
- c) El quinto decil tiene el mismo valor que la mediana.
- d) El rango es distinto de cero.
- e) El segundo cuartil tiene el mismo valor que la media

13) De las afirmaciones siguientes es siempre verdadero que

- I) la mediana es el segundo cuartil.
- II) el primer cuartil es menor que el tercer cuartil.
- III) el decil 7 coincide con el promedio del sexto y octavo decil.

- a) Solo I
- b) Solo II
- c) Solo III
- d) Solo I y III
- e) Solo II y III

14) Para una cantidad de datos impar, es **FALSO** que

- I) la desviación estándar coincide siempre con el promedio.
- II) el valor de cada cuartil coincide con datos de la muestra
- III) el tercer quintil es el promedio entre el segundo y cuarto quintil.

- a) Solo I
- b) Solo I y II
- c) Solo I y III
- d) Solo II y III
- e) I, II y III

15) Se puede determinar el percentil 50 de un conjunto de datos, si se conoce:

- (1) Los cuartiles Q_1 y Q_3 .
- (2) Los quintiles T_2 y T_3 .

- a) (1) por sí sola
- b) (2) por sí sola
- c) Ambas juntas, (1) y (2)
- d) Cada una por sí sola, (1) o (2)
- e) Se requiere información adicional

16) María, Marcos y Manuel son fanáticos de un juego en línea que consiste en superar una serie de pruebas diarias cuya recompensa corresponde a monedas que luego podrán utilizar para subir de nivel en la tabla de posiciones del juego, teniendo cada prueba como recompensa una moneda. Un día, los tres amigos decidieron observar la tabla adjunta que muestra la cantidad de monedas ganadas por los jugadores activos de su ciudad. Con relación a la tabla, María ha señalado que el percentil 80 se encuentra en el intervalo $[15, 20[$, Marcos ha señalado que el quintil 1 se encuentra en el intervalo $[0, 5[$ y Manuel, que el decil 5 se encuentra en el intervalo $[10, 15[$. Según lo anterior, ¿quién(es) NO está(n) en lo correcto?

- a) María
- b) Marcos
- c) Manuel
- d) María y Manuel
- e) María y Marcos

Cantidad de monedas ganadas	Cantidad de jugadores
$[0, 5[$	5
$[5, 10[$	7
$[10, 15[$	25
$[15, 20[$	30
$[20, 25]$	3

17) A continuación se presenta una tabla que indica la cantidad de agua consumida mensualmente por las familias de una ciudad. En base a lo anterior, ¿cuál(es) de las siguientes afirmaciones es (son) verdadera(s)?

- I) Si x es 70, entonces el percentil 74 se encuentra en el intervalo $[12, 18[$
- II) Si x es 20, entonces el decil 4 se encuentra en el intervalo $[6, 12[$.
- III) Si x es 10, entonces el cuartil 2 se encuentra en el intervalo $[12, 18[$.

- a) Solo I
- b) Solo I y II
- c) Solo I y III
- d) Solo II y III
- e) I, II y III

Cantidad de agua consumida (m³)	Cantidad de personas
$[0, 6[$	40
$[6, 12[$	x
$[12, 18[$	120
$[18, 24]$	20

18) Con relación a la tabla adjunta, para que el decil 4 y el percentil 60 se encuentren en el mismo intervalo, ¿cuál(es) pareja(s) de números podría(n) corresponder a los valores de x e y , respectivamente?

- I) 5 y 5
- II) 6 y 4
- III) 2 y 8

- a) Solo I
- b) Solo II
- c) Solo III
- d) Solo I y II
- e) Solo I y III

Intervalo	Frecuencia
$[a, b[$	2
$[b, c[$	x
$[c, d[$	10
$[d, e[$	y
$[e, f]$	8

19) Se realizó un registro de los parques nacionales en cierta zona, agrupándolos según su superficie, lo cual se presenta en la tabla adjunta. Es posible conocer la cantidad de parques registrados, si:

- (1) El segundo cuartil está en el intervalo $[250.000, 500.000[$.
- (2) El primer decil está en el intervalo $[0, 250.000[$.

- a) (1) por sí sola
- b) (2) por sí sola
- c) Ambas juntas, (1) y (2)
- d) Cada una por sí sola, (1) o (2)
- e) Se requiere información adicional

Superficie (m²)	Frecuencia
$[0, 250.000[$	4
$[250.000, 500.000[$	x
$[500.000, 750.000[$	8
$[750.000, 1.000.000]$	y

20) En la tabla adjunta se muestra una serie de datos agrupados en intervalos consecutivos de igual amplitud. Se puede determinar el valor de la frecuencia del intervalo $[b, c[$, si se sabe que:

- (1) El percentil 50 se ubica en el intervalo $[c, d[$.
- (2) El cuarto decil corresponde al dato ubicado en la sexta posición.

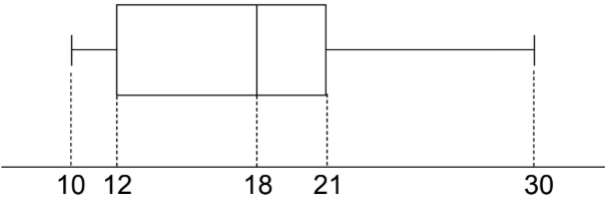
- a) (1) por sí sola
- b) (2) por sí sola
- c) Ambas juntas, (1) y (2)
- d) Cada una por sí sola, (1) o (2)
- e) Se requiere información adicional

Intervalo	Frecuencia
$[a, b[$	1
$[b, c[$	x
$[c, d[$	5
$[d, e[$	3
$[e, f]$	2

21) El diagrama de caja de la figura adjunta representa la distribución de frecuencias de un conjunto. Entonces, es correcto afirmar que

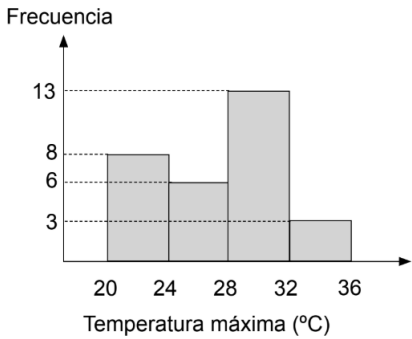
- I) el primer cuartil es 10.
- II) el rango intercuartil es 18.
- III) la mediana es 20.

- a) Solo I.
- b) Solo II.
- c) Solo I y II.
- d) I, II y III.
- e) ninguna de ellas.



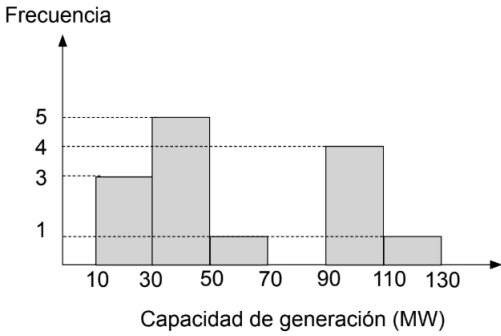
22) El gráfico adjunto muestra las temperaturas máximas registradas durante un mes en una cierta localidad. Todos los intervalos son de la forma $[a, b[$, excepto el último que es de la forma $[c, d]$. ¿En qué intervalos se encuentran el segundo decil y el tercer cuartil, respectivamente?

- a) $[24, 28[$ y $[28, 32[$
- b) $[20, 24[$ y $[28, 32[$
- c) $[20, 24[$ y $[32, 36[$
- d) $[24, 28[$ y $[32, 36[$
- e) $[20, 24[$ y $[24, 28[$



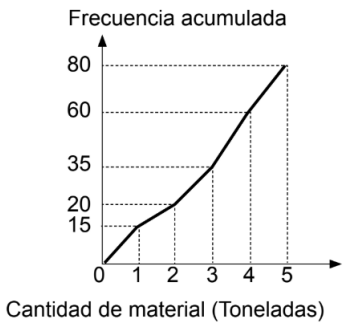
23) El gráfico adjunto muestra un conteo de centrales eólicas, según su capacidad de generación eléctrica en megavatios (MW), donde los intervalos son de la forma $[a, b[$ y el último es de la forma $[c, d]$. ¿En qué intervalo se encuentra el tercer cuartil?

- a) $[10, 20[$
- b) $[20, 30[$
- c) $[30, 40[$
- d) $[40, 50[$
- e) $[50, 60]$



24) El gráfico de frecuencia acumulada adjunto representa la cantidad de material diario extraído por una empresa minera durante una cierta cantidad de días. Todos los intervalos son de la forma $[a, b[$, excepto el último que es de la forma $[c, d]$. De acuerdo al gráfico, ¿cuál(es) de las siguientes afirmaciones es (son) verdadera(s)?

- I) El percentil 16 se encuentra en el segundo intervalo.
 - II) El cuarto quintil se encuentra en el cuarto intervalo.
 - III) El cuarto decil se encuentra en el tercer intervalo.
- a) Solo II
 - b) Solo III
 - c) Solo I y II
 - d) Solo I y III
 - e) Ninguna de ellas.



25) El gráfico adjunto muestra la cantidad de licencias de conducir entregadas en un año, agrupadas por la edad del conductor, en años, donde los intervalos son de la forma $[a, b[$ y el último es de la forma $[c, d]$. ¿Cuál(es) de las siguientes medidas de posición se encuentra(n) en el intervalo $[34, 51]$?

- I) Segundo cuartil.
 - II) Tercer quintil.
 - III) Cuarto decil.
- a) Solo I y II.
 - b) Solo I y III.
 - c) Solo II y III.
 - d) I, II y III.
 - e) Ninguno de ellos.

